

## Comunicazione 4 del 6 novembre 2013\*

### 1 - L'ASSONOMETRIA (Prima parte)

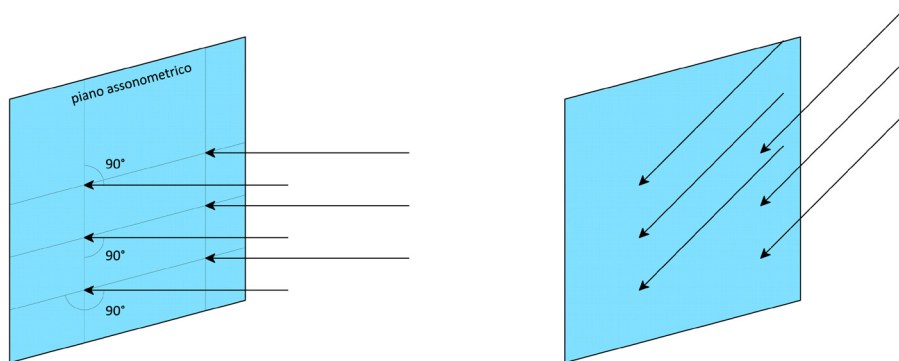
#### Condizioni proiettive

Per rappresentare sul piano un'unica immagine che dia l'idea della tridimensionalità bisogna ricorrere alle proiezioni prospettiche, già illustrate in precedenza, o alle **proiezioni assonometriche**.

Obiettivo dell'assonometria è di costruire sul piano del foglio da disegno uno schema geometrico apparentemente tridimensionale in cui siano rispettati i rapporti metrici delle figure reali riprodotte.

Nell'assonometria, i raggi proiettanti che fuoriescono dall'ideale punto di vista (posto all'infinito) sono paralleli fra di loro; rispetto al piano assonometrico possono assumere due posizioni:

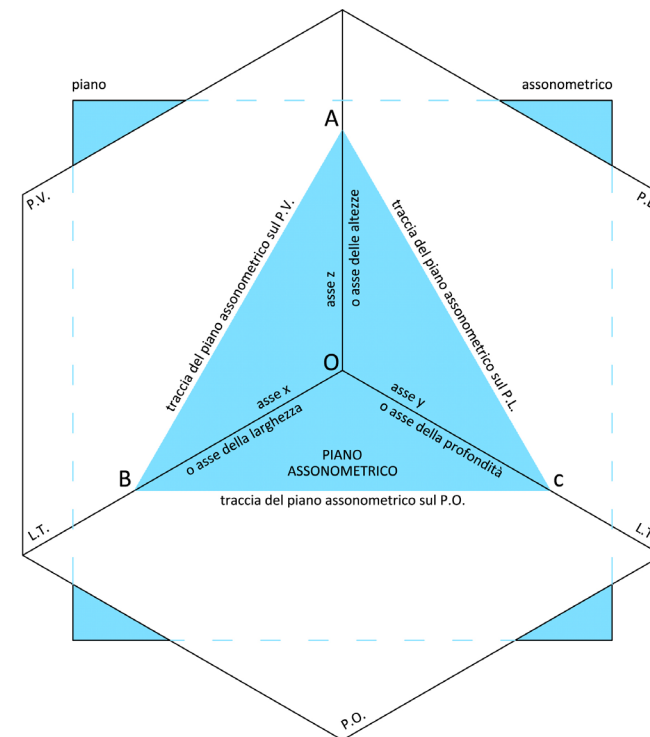
- incidenti ortogonalmente al quadro; in tal caso l'assonometria si dirà **ortogonale**.
- incidenti con un angolo diverso da 90°; in tal caso l'assonometria si dirà **obliqua**.



La terza posizione teoricamente possibile (ossia raggi proiettanti paralleli al quadro) non è rilevante in quanto in tal caso non si verificherà l'intersecazione dei raggi visuali col quadro, operazione di sezione indispensabile per poter ottenere un'immagine. Oltre al quadro, ai raggi visuali e agli oggetti da rappresentare, il metodo delle proiezioni assonometriche introduce un nuovo elemento: una terna di piani ortogonali (detti anche "piani di riferimento"), posti nello spazio, a cui l'oggetto da rappresentare viene correlato mediante tre proiezioni ortogonali.

Sul piano assonometrico, quindi, vengono proiettate le tracce dei tre piani del triedro: esse determinano un **sistema di assi**. Esso costituisce la struttura di riferimento per le dimensioni in lunghezza, larghezza e altezza delle forme da rappresentare. I tre assi, detti anche assi assonometrici, sono definiti nel seguente modo:

- asse X, corrispondente alla proiezione sul piano assonometrico della traccia del P.V. con il P.O.;
- asse Y, corrispondente alla proiezione sul piano assonometrico della traccia del P.L. con il P.O.;
- asse Z, corrispondente alla proiezione sul piano assonometrico della traccia del P.V. con il P.L.



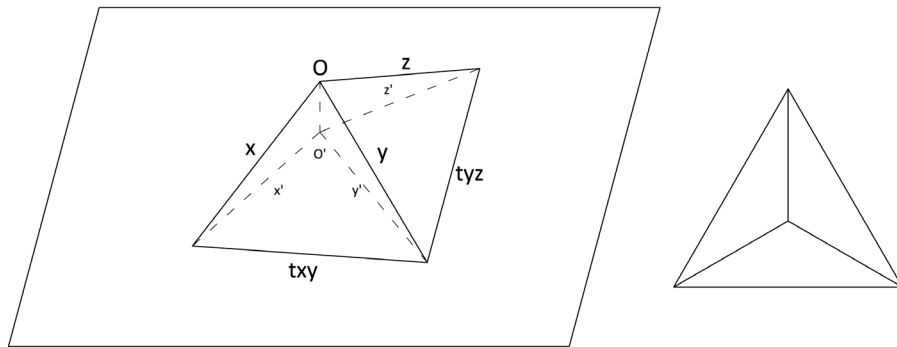
\* Il contenuto delle comunicazioni non corrisponde interamente a quello delle lezioni in aula. Rappresenta solo un promemoria per la verifica e l'approfondimento degli argomenti trattati.

È evidente che variando la direzione assonometrica rispetto al quadro, o variando la posizione della terna di assi cartesiani nello spazio, si ottengono sul piano diverse terne di rette; è evidente inoltre che gli angoli retti della terna subiscono **sempre** una deformazione nella proiezione sul piano.

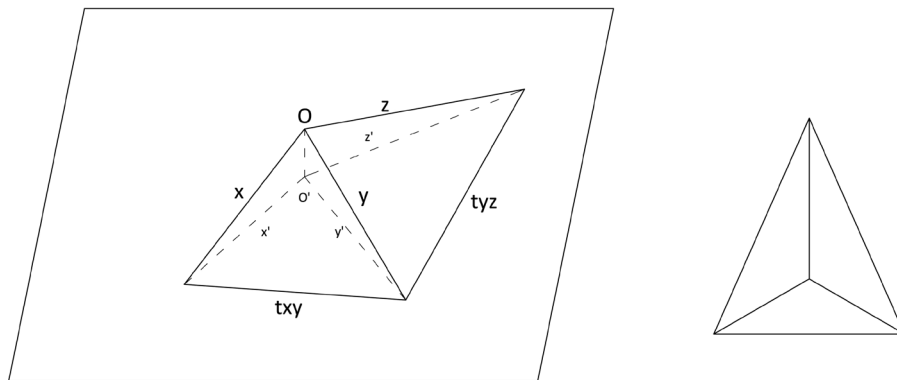
Allo stesso modo, un segmento che costituisce l'unità di misura disposto su uno degli assi cartesiani e proiettato sul piano dà luogo a un segmento **sempre** di dimensione ridotta (a meno che esso non sia disposto parallelamente rispetto al quadro).

La terna di assi assonometrici può disporsi nello spazio in modo da proiettarsi sul piano assonometrico in infiniti modi. Tali modi possono ricondursi a tre sistemi fondamentali:

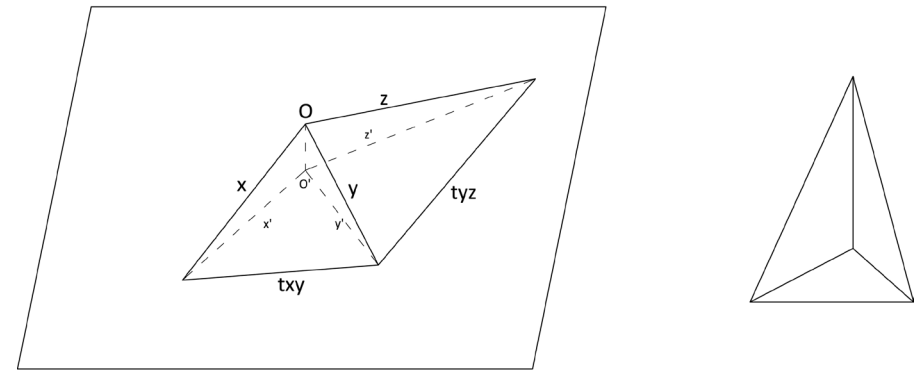
- **monometrico** o **isometrico**: il piano assonometrico interseca il triedro in modo che la proiezione dei tre assi formi tre angoli uguali (pari a  $120^\circ$  ciascuno);



- **dimetrico**: il piano assonometrico interseca il triedro in modo che la proiezione dei tre assi formi due angoli uguali e uno diverso;



- **trimetrico**: il piano assonometrico interseca il triedro in modo che la proiezione dei tre assi formi tre angoli diversi.

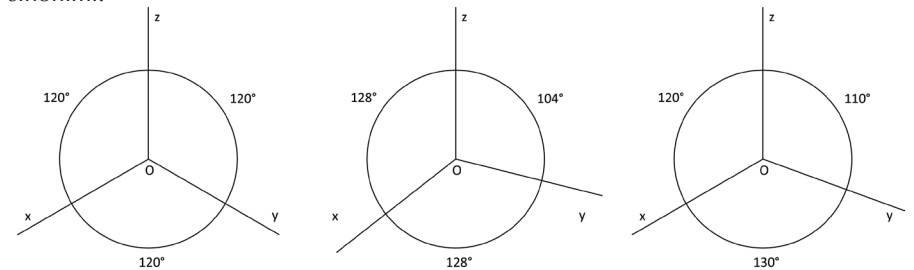


Abbiamo così individuato i due elementi fondamentali che ci permetteranno di identificare le assonometrie, ossia:

- **la direzione dei raggi visuali rispetto al quadro** (che le differenzia in **ortogonali** e **oblique**);

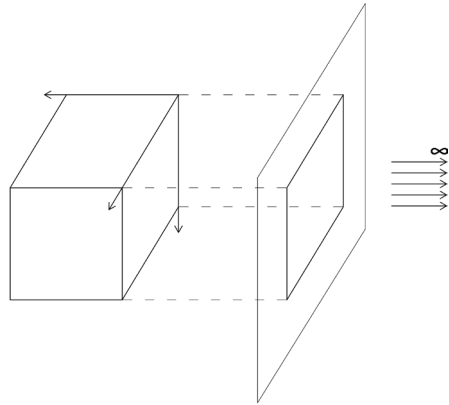
- **gli angoli che la proiezione del triedro forma rispetto al quadro** (che le differenzia in **monometriche/isometriche**, **dimetriche** e **trimetriche**).

Ribadiamo, a scanso di equivoci, che gli aggettivi "monometrico" e "isometrico" sono sinonimi.

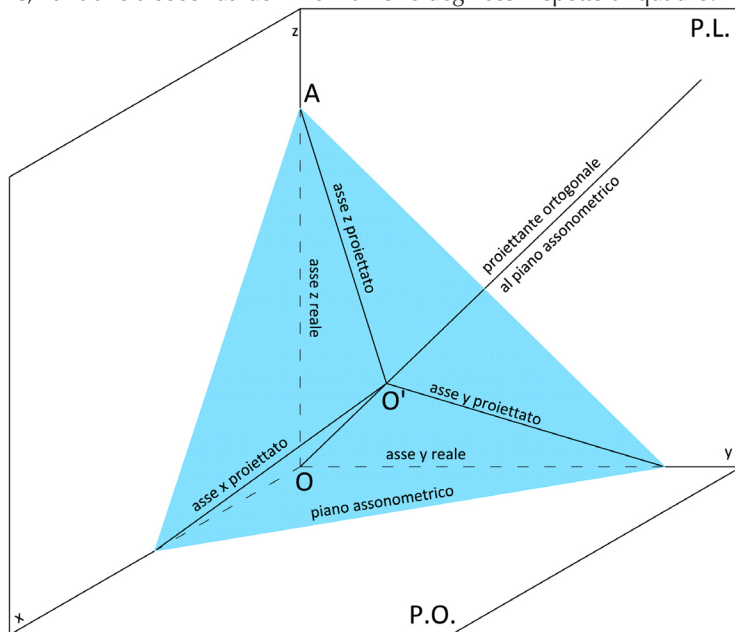


### Assonometria ortogonale

In questo tipo di assonometria, come abbiamo visto, i raggi visuali sono ortogonali rispetto al quadro. La posizione della terna cartesiana può variare nello spazio, purché non si verifichi la condizione che uno degli assi sia perpendicolare al quadro; in tal caso, infatti, si verificherebbero le stesse condizioni proiettive delle proiezioni ortogonali, come mostrato dall'immagine sottostante.



Nell'assonometria ortogonale, quindi, le misure reali subiscono sempre una riduzione, variabile a seconda dell'inclinazione degli assi rispetto al quadro.



Conseguentemente, nell'assonometria ortogonale le figure oggettive si proiettano con dimensioni scorciate, a meno che esse non giacciono su un piano parallelo al piano assonometrico.

Nell'assonometria ortogonale bisogna innanzitutto definire i rapporti di riduzione subito dalla proiezione degli assi e applicare gli stessi a tutti gli elementi della figura da costruire sul piano assonometrico.

Per realizzare un'assonometria ortogonale occorre seguire i seguenti passaggi:

1. Stabilire i coefficienti angolari degli assi assonometrici;
2. Calcolare i rapporti di riduzione degli assi proiettati sul quadro;
3. Costruire il disegno applicando alle dimensioni dell'oggetto i relativi rapporti di riduzione.

Il punto 1 è fondamentale in quanto riguarda il tipo di "inquadratura" che otterremo, tuttavia si tratta di una scelta libera che non presenta nessuna difficoltà operativa. Soffermiamoci sul punto 2. Il rapporto si può ricondurre a un numero, corrispondente al rapporto fra la dimensione di un segmento di valore unitario preso sull'asse e la dimensione del medesimo segmento proiettato sul quadro.

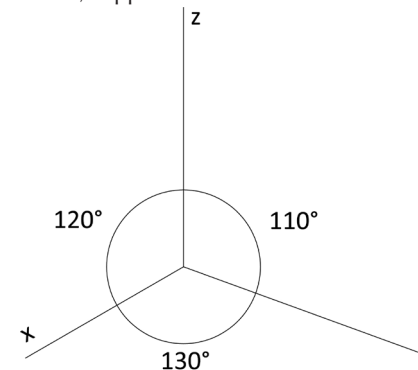
Il rapporto di riduzione sarà **unico per i tre assi se l'assonometria è monometrica** (isometrica); i rapporti di riduzione saranno **due se l'assonometria è dimetrica**; **tre se l'assonometria è trimetrica**.

Il calcolo grafico del rapporto di riduzione si effettua mediante due passaggi:

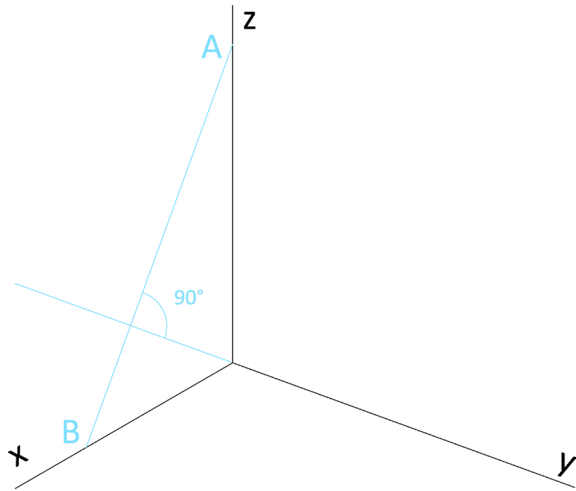
1. Determinazione della intersecazione del piano assonometrico (o quadro, coincidente col foglio da disegno) con il triedro;
2. Ritrovamento del rapporto di riduzione.

Determinazione della intersecazione del piano assonometrico con il triedro.

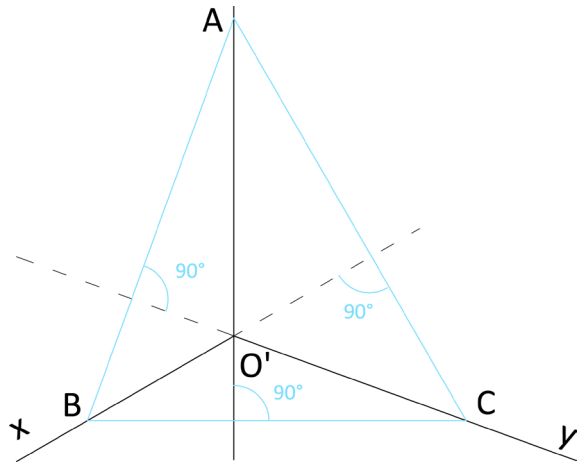
a. Si tracciano gli assi X, Y e Z. Di norma l'asse Z è disposto verticalmente. Gli angoli fra gli assi, come già visto, possono essere fissati in modo arbitrario. Stabiliamo un angolo di  $130^\circ$  fra gli assi XY e di  $120^\circ$  fra gli assi XZ; ne consegue che fra gli assi YZ l'angolo sarà di  $110^\circ$  (la somma dovrà essere sempre di  $360^\circ$ ). A questo punto, da quanto detto in precedenza, sappiamo che la nostra assonometria sarà **trimetrica**;



b. Si prolunga l'asse Y oltre  $O_1$  e si traccia una perpendicolare all'asse Y; essa intersecherà gli assi Z e X nei punti A e B;



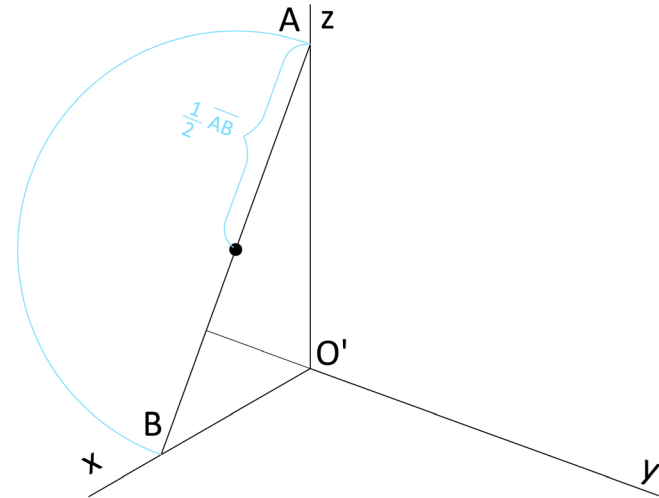
c. Si prolunga l'asse X oltre  $O_1$  e si traccia una perpendicolare all'asse X uscente da A; essa intersecherà l'asse Y nel punto C;



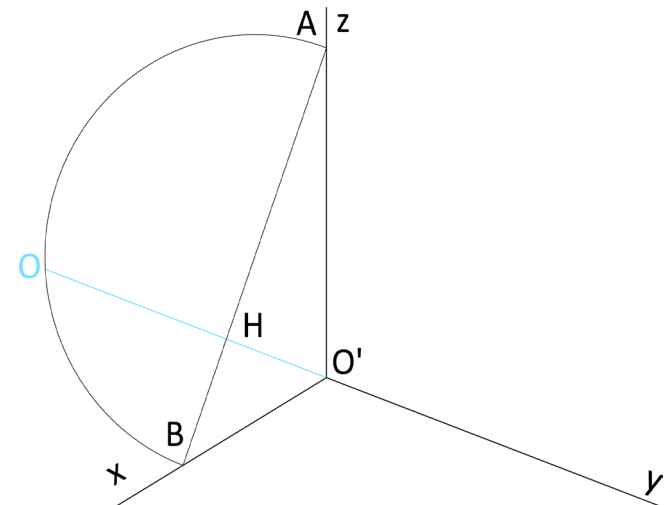
d. Si unisce B con C e, volendo, si verifica se il prolungamento del segmento  $AO_1$  è perpendicolare a BC. Abbiamo così costruito la proiezione sul piano assonometrico dei tre assi e le tracce di intersecazione del piano assonometrico con i piani del triedro.

Ritrovamento del rapporto di riduzione

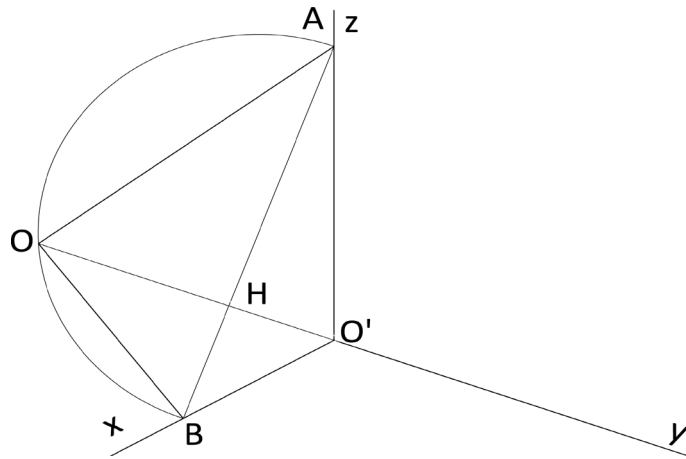
a. Consideriamo il triangolo  $A O' B$ . Esso appare nel disegno ottuso in  $O'$ ; in realtà esso è retto in  $O'$ . Dalla geometria elementare, sappiamo che un angolo inscritto in una semicirconferenza è retto. Quindi se individuiamo il punto medio di AB e tracciamo una semicirconferenza di diametro AB, qualunque angolo inscritto in essa sarà retto.



b. Tracciamo l'altezza del triangolo  $A O' B$  relativa all'ipotenusa AB. Essa è definita dal segmento  $O'H$ .



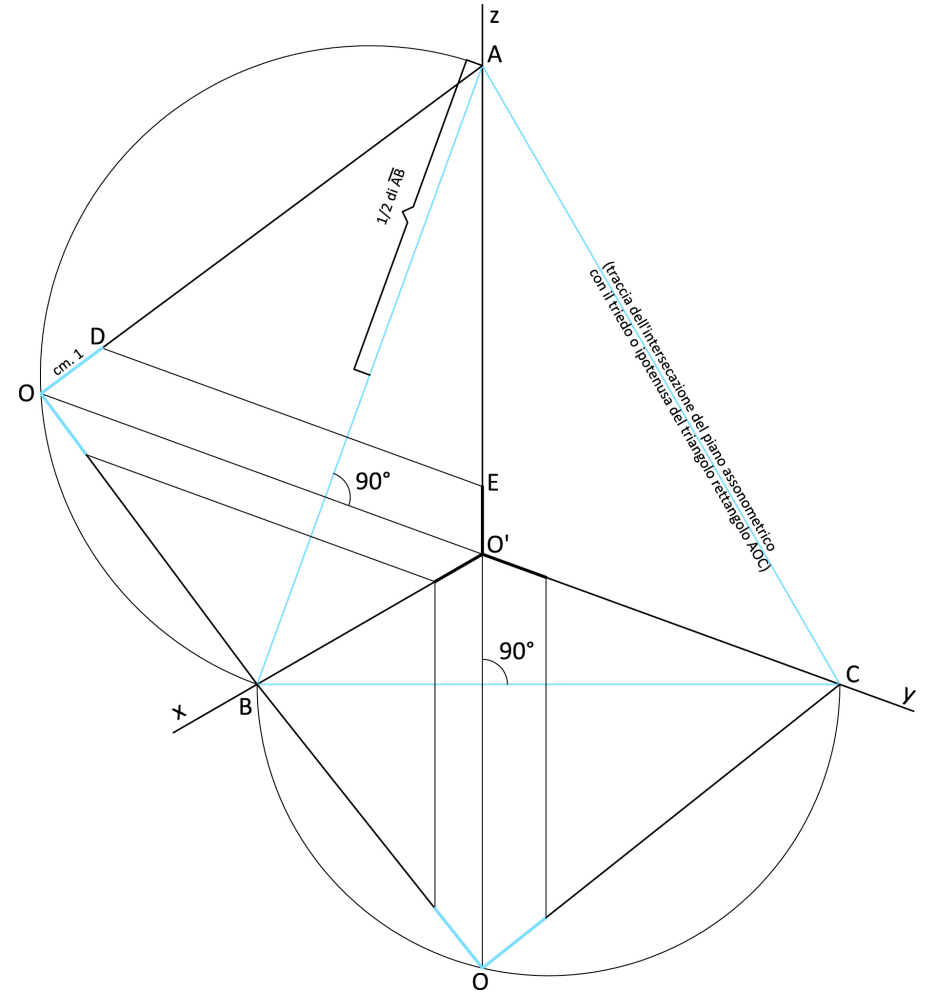
c. Innalzando da H una perpendicolare ad AB, si definisce sulla circonferenza il punto O e, quindi, il triangolo AOB. retto in O.



Il triangolo AOB non è altro che l'immagine in vera forma del triangolo A O'B che, invece, ci appare deformato per effetto dello scorcio assonometrico. In altre parole, abbiamo effettuato il ribaltamento del triangolo AO'B sul piano assonometrico, determinandone la vera forma. La dimensione reale del cateto BO' sarà quindi pari a BO; la dimensione reale del cateto AO' sarà pari ad AO.

d. A questo punto possiamo ritrovare il rapporto di riduzione sugli assi X e Z. Il teorema di Talete dimostra che "se un fascio di rette parallele è tagliato da due trasversali, i segmenti sull'una sono proporzionali ai corrispondenti segmenti determinati sull'altra trasversale".

Consideriamo come trasversali i cateti OA e O'A; fissiamo quindi su OA, cateto in dimensione reale, un segmento OD di valore unitario (p. es. 1 cm). Tracciamo una parallela ad OO' passante per D, e all'intersecazione con l'asse Z fissiamo il punto E. Il segmento OE rappresenta l'unità di misura ridotta per effetto della proiezione assonometrica. Esso è pari a cm 0,927. Il coefficiente di riduzione assonometrica sull'asse Z è quindi 0,927. Quando costruiremo il disegno assonometrico dovremo moltiplicare per questo valore le misure di tutti gli elementi paralleli all'asse Z (altezze) prima di tracciare gli stessi sul foglio.



Con procedimento analogo si determinano i coefficienti di riduzione assonometrica sugli assi X e Y.

### Costruzione di assonometrie ortogonali

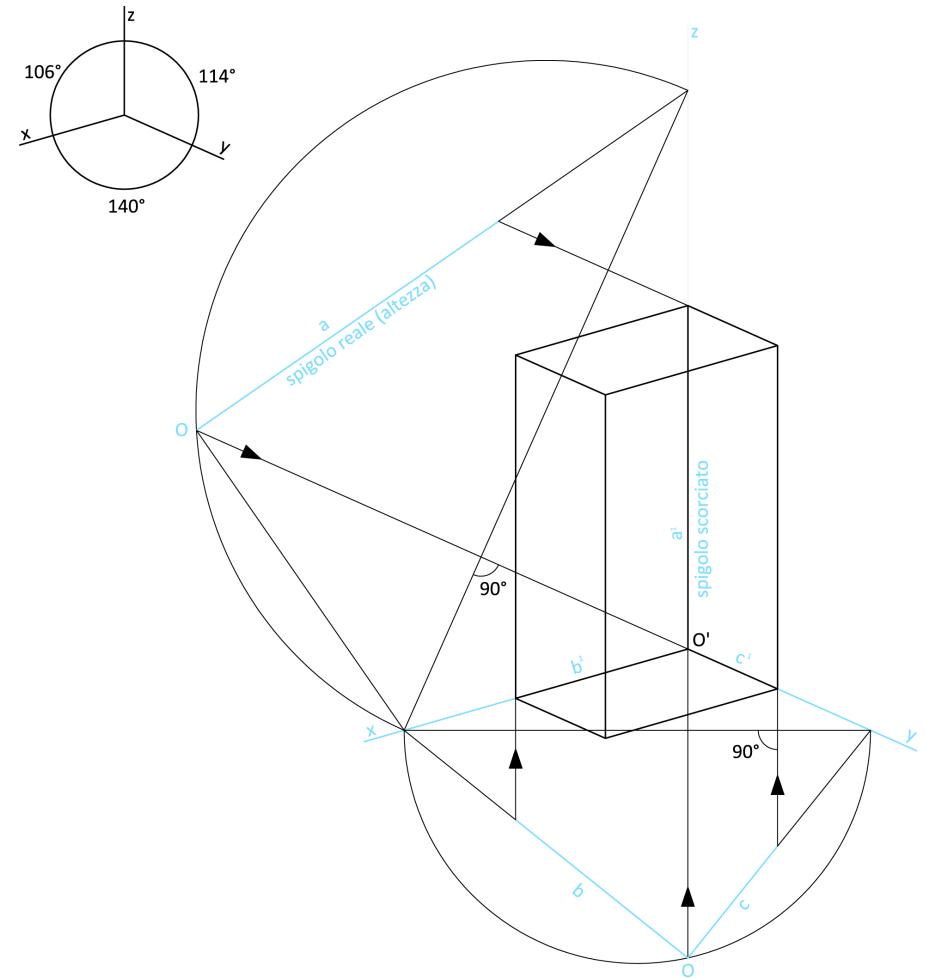
La costruzione di assonometrie ortogonali può avvenire secondo due procedimenti: il **metodo diretto** e il **metodo indiretto**. Il primo è più immediato; il suo uso risulta conveniente quando la figura da disegnare è semplice. Il secondo metodo si utilizza quando la figura da disegnare è più complessa, e quindi conviene realizzare un primo disegno per calcolare il coefficiente di riduzione, e un secondo disegno contenente la figura in proiezione assonometrica.

#### Assonometria ortogonale di un parallelepipedo col metodo diretto

Dopo avere impostato il sistema di assi assonometrici (in questo caso, gli angoli saranno di  $140^\circ$ ,  $106^\circ$ ,  $114^\circ$ ), si procede come segue:

1. Si ruotano due triangoli del triedro trirettangolo, seguendo il procedimento spiegato precedentemente;
2. Sui cateti ruotati si riportano le dimensioni reali degli spigoli del parallelepipedo;
3. Dai cateti ruotati si riportano le stesse dimensioni sui cateti scorciati;
4. Si completa la figura proiettando gli spigoli del parallelepipedo parallelamente agli assi assonometrici.

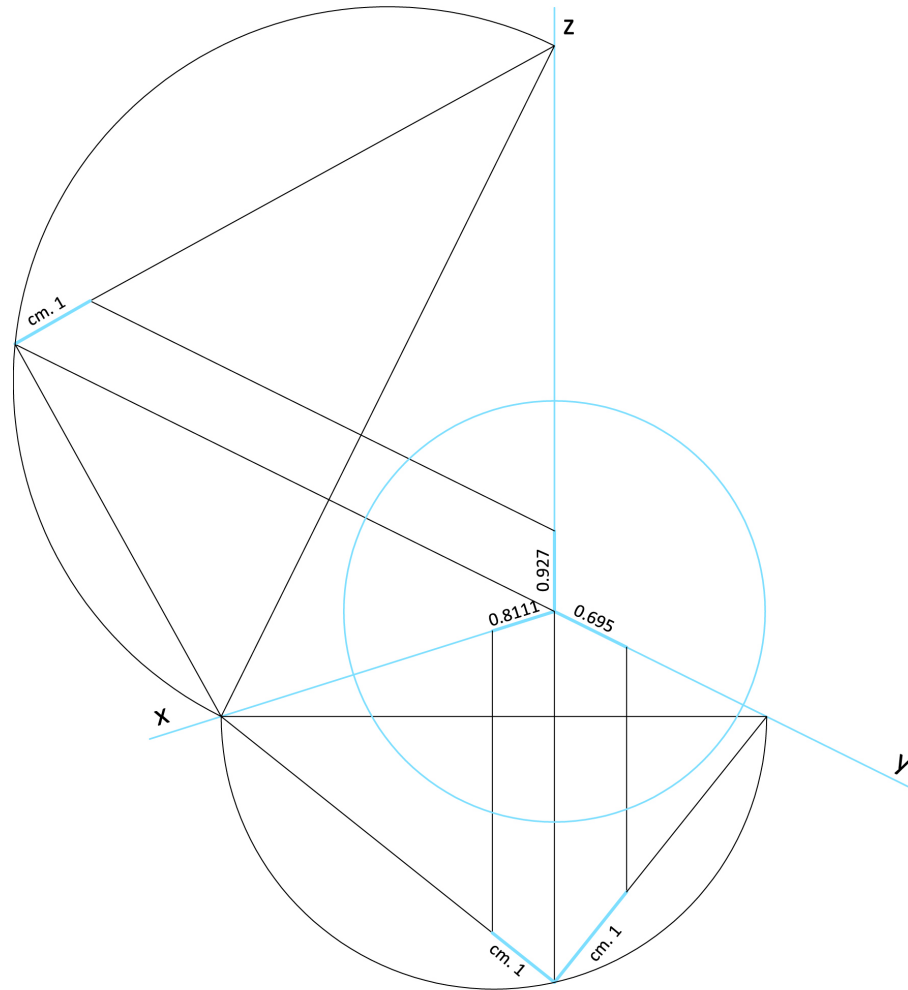
Ovviamente, bisogna disporre delle dimensioni o delle proiezioni ortogonali del parallelepipedo prima di iniziare il lavoro.



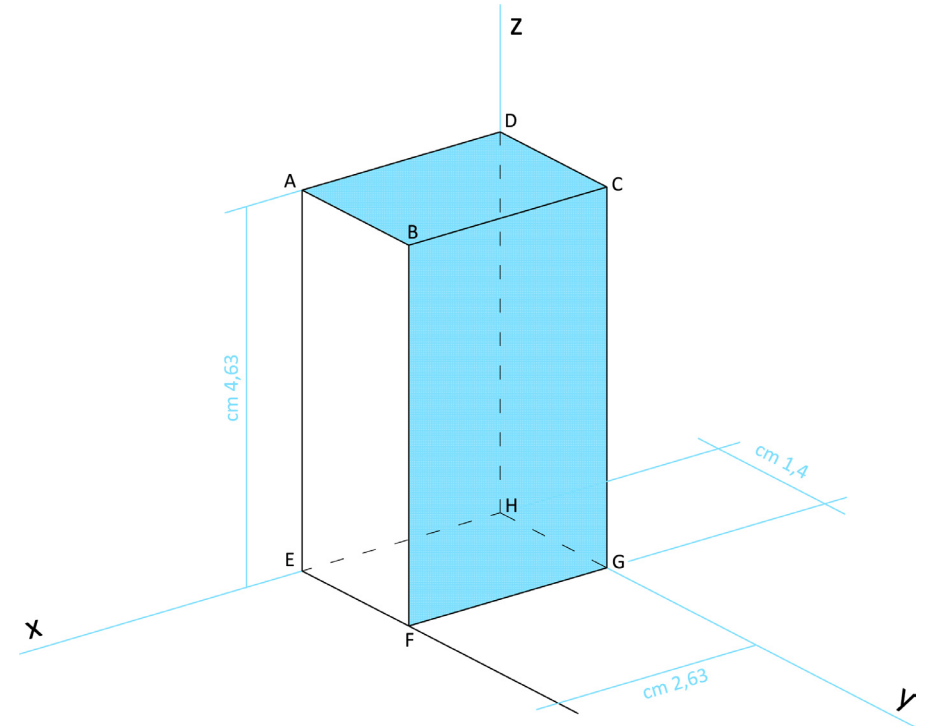
### Assonometria ortogonale di un parallelepipedo col metodo indiretto

Dopo aver realizzato le proiezioni ortogonali del parallelepipedo e dopo avere impostato il sistema di assi assonometrici (anche in questo caso, gli angoli sono pari a  $140^\circ$ ,  $106^\circ$ ,  $114^\circ$ ), si procede come segue:

1. Si trova il coefficiente di riduzione assonometrica sui tre assi, secondo le modalità spiegate precedentemente; in questo caso, i coefficienti sono pari a 0,811 per l'asse X, 0,695 per l'asse Y, 0,927 per l'asse Z;



2. Si imposta un nuovo sistema di assi assonometrici (con i medesimi coefficienti angolari), per poter costruire su di esso il disegno;
3. Si riportano sugli assi assonometrici gli spigoli del parallelepipedo con le misure ridotte secondo i coefficienti individuati al punto precedente e si completa la figura proiettando gli spigoli del parallelepipedo parallelamente agli assi assonometrici.



Come abbiamo già detto, l'assonometria ortogonale non permette di posizionare il piano assonometrico parallelamente a uno dei tre piani del triedro. Per questo motivo, è impossibile usare direttamente le piante o i prospetti di una figura per costruire un'assonometria ortogonale. Piante e prospetti, quindi, nell'assonometria ortogonale risulteranno sempre deformati.

**Extempore.** Rappresentare in assonometria ortogonale (metodo diretto o indiretto) un cubo sormontato da una piramide retta a base rettangolare. Gli angoli assonometrici e le dimensioni sono a scelta. La posizione della piramide è libera.

## **2. L'OCCHIO E LA MANO (3)**

### **Disegni 11-15. Forma, geometria, composizione dell'immagine**

#### **11. Silhouette**

Suddividere il foglio in otto quadranti. Scegliere, dal vero o da foto, i seguenti soggetti: un albero spoglio; uno o più volti di profilo; una chiesa con campanile; una composizione di tre o quattro bottiglie. Tracciare, a matita, in entrambe le colonne, il contorno dei soggetti e campire uniformemente, con la penna o col pennarello, nella colonna di sinistra la figura e in quella di destra lo sfondo.

Strumenti: matita HB, penna.

#### **12. Spazi negativi**

Suddividere il foglio in quattro quadranti. Scegliere quattro oggetti dalla forma non troppo regolare (una sedia in legno curvato, un vaso di fiori, un ventilatore...) e disporli in posizione non frontale rispetto al proprio punto di osservazione. Sedersi a terra e disegnare, in ogni quadrante, lo spazio negativo generato rispetto a ciascuno dei quattro oggetti, avendo cura che i margini dell'oggetto siano tangenti all'estremità del quadrante.

Strumenti: matita HB.

#### **13. Ombra e forme**

Suddividere il foglio in quattro quadranti. Scegliere un modello o una modella e riprodurre il volto utilizzando quattro condizioni di luce differenti. Il volto dovrà essere illuminato esclusivamente con una lampada da tavolo (escludere ogni altra fonte luminosa) dal basso, dall'alto, da dietro e di fronte.

Strumenti: matita 2B.

#### **14. Forme geometriche elementari**

Scegliere una architettura o una quinta urbana; oppure uno spazio (urbano o extraurbano) in cui prevalgano gli elementi naturali (cespugli, alberi, montagne). Ridisegnarlo utilizzando esclusivamente forme geometriche elementari: cerchi, quadrati, rettangoli, triangoli.

Strumenti: matita HB o penna.

#### **15. Le parti e il tutto**

Suddividere il foglio in quattro quadranti. Scegliere la fotografia di un volto visto di fronte (o utilizzare una modella/o). Nella parte superiore di sinistra, ridisegnare il volto nella sua interezza; nella parte superiore di destra, ridisegnare, astraendoli dal contesto ma mantenendoli alla stessa scala, gli occhi, il naso, la bocca, le orecchie. Nei due quadranti inferiori, ricomporre il volto mantenendo la forma generale del viso e i capelli ma modificando le proporzioni (ossia la posizione delle singole parti) e riproducendo con la massima fedeltà gli elementi (occhi, naso, bocca e orecchie).

Strumenti: matita HB o penna.

## **3. L'ARCHITETTURA DI SHIGERU BAN E LA CASA UNIFAMILIARE IN GIAPPONE**

Si vedano i testi consigliati in bibliografia.