

**Appunti**

**Trasmissione del Calore**

## TRASMISSIONE DEL CALORE

### Temperatura e Energia termica

Le molecole sono in continuo movimento, quindi possiedono una energia cinetica.

Indichiamo con  $m$  la massa di una molecola e con  $v$  la sua velocità in un certo istante, la sua energia cinetica è:

$$E_K = \frac{1}{2} m v^2$$

In realtà le molecole non si muovono tutte alla stessa velocità e quindi occorre riferirsi a un valore medio.

La temperatura di un corpo è proporzionale alla energia cinetica media delle molecole che lo compongono, per i *gas perfetti* si ha:

$$E_K = \frac{3}{2} k T$$

$k$  è la costante di Boltzman che vale circa  $1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$

## EQUAZIONE DI STATO DEI GAS PERFETTI

Il GAS perfetto costituisce un modello astratto del compartimento dei gas cui si possono assimilare molti gas reali che si trovano ad una temperatura prossima a quella atmosferica.

Nel 1802 Gay Lussac osservò che:

- a) se si riscalda un gas a pressione costante al crescere della temperatura cresce linearmente anche il volume
- b) Se si riscalda un gas a volume costante al crescere della temperatura cresce linearmente la sua pressione

Il risultato viene descritto dall'equazione detta

### **Equazione di CLAPEYRON**

$$P V = m R T$$

$m$  = massa del gas

$R$  = costante caratteristica dei gas [J/kg °K]

Alcuni valori di  $R$ :

|               |      |
|---------------|------|
| Aria          | 287  |
| vapor d'acqua | 461  |
| Ossigeno      | 260  |
| Idrogeno      | 4125 |

## PRIMA PROPRIETA' DEL GAS PERFETTO

L'equazione di Clapeyron può essere riscritta in funzione del volume specifico del Gas, ovvero:

Considerando la definizione di volume specifico (  $v$  ) come rapporto del volume (  $V$  ) sulla massa (  $m$  ) del gas,

$$v = V/m$$

L'equazione può riscriversi in una forma differente in funzione delle grandezze intensive (  $p, v, T$  ) e diventa:

## L'EQUAZIONE DI STATO DEL GAS PERFETTO

$$p v = R T$$

Una forma più generale dell'equazione di stato può essere sviluppata in base alla **LEGGE DI AVOGADRO**, in base alla quale:

*Volumi uguali di gas perfetti alla stessa temperatura e pressione contengono un numero uguale di molecole  $n$ .*

Numero di Avogadro:  $N_A$   $6.022 \times 10^{23}$  [mol<sup>-1</sup>]

La mole è quella quantità di sostanza che contiene  $N_A$  unità chimiche elementari.

$N_A$  corrisponde al numero di molecole presenti in 12 grammi di carbonio C.

## LA LEGGE DI AVOGRADO

$$n = m/M$$

Se poniamo:

$M$  = massa di una molecola [kg/kmol]

$m$  = massa del GAS perfetto [kg]

$n$  = numero delle molecole [kmol]

$m = n M$  [kg]

$n = m/M = \text{costante}$

### **DEFINIZIONI**

Massa molare  $M$  = rapporto tra massa e quantità di sostanza

La massa molare di alcune sostanze corrisponde al numero del peso atomico espresso in grammi/mole [g/mol].

Per esempio il Carbonio che ha peso atomico 12 ha un valore di di massa molare sarà pari a 12 [g/mol]

La massa molare dell'aria è pari a 29 [kg/kmol]

Sperimentalmente è stato determinato che 1 mole di gas in condizioni standard (0°C e 1 atm) occupa un volume di **22.4 litri**, detto appunto volume molare. In questo volume sono contenute un numero di Avogadro ( $N = 6.022 \times 10^{23}$ ) di molecole del gas

Pertanto l'EQUAZIONE DI STATO si può scrivere:

$$p V = n M R T$$

Un'altra proprietà importante è data dal prodotto della Massa molecolare  $M$  per la costante caratteristica del GAS  $R$ .

Il prodotto  $R M$  è costante per tutti I GAS perfetti.

$R^* = M R$  costante universale dei GAS PERFETTI

$R^* = 8314,3$  [J/kmol K]

$$p V = n R^* T$$

$$p v^* = R^* T$$

Volume molare  $v^* = V/n$

In sostanza, per il principio di Avogadro, il volume occupato da 1 mole di un qualsiasi gas, il **volume molare**, deve essere lo stesso a prescindere dalla composizione del gas.

### **OSSERVAZIONE SUI GAS PERFETTI**

*Nei gas perfetti l'energia potenziale (la coesione) è nulla e l'energia interna è uguale all'energia termica.*

*Nei gas reali l'energia potenziale (coesione) è in genere piccola ma non trascurabile.*

### **ESERCIZIO SULL'EQUAZIONE DI STATO dei gas perfetti**

Si consideri un recipiente di acciaio del volume  $V = 20 \text{ l}$

- A) Determinare la massa di aria contenuta nel recipiente di acciaio quando si trova ad una pressione  $p$  pari ad 1 atm;
- B) Determinare la massa di aria contenuta nel recipiente di acciaio quando si trova ad una pressione  $p$  pari a 200 atm;
- C) Facendo espandere l'aria contenuta nel recipiente partendo da una pressione di 200 at fino ad un valore pari ad 1 atm, determinare il volume finale dell'aria.

La massa molare dell'aria è pari a 29 [kg/kmol]

## **Temperatura – grandezza intensiva**

Dire che un corpo ha una elevata temperatura è come dire che le sue molecole hanno mediamente una elevata energia cinetica.

Dato che i corpi, anche quelli piccoli, contengono un gran numero di molecole, possiamo dire che la temperatura è indipendente dalle dimensioni del corpo stesso.

Per questo si dice che la temperatura è una grandezza **intensiva**.

Ad esempio se si spezza un gessetto che si trova alla temperatura di 20°C in due, questi si troveranno ancora a 20°C.

## **Energia termica – grandezza estensiva**

Dire che un corpo ha una elevata energia termica è come dire che la somma delle energie cinetiche delle molecole che lo compongono è elevata.

L'energia termica è una grandezza **estensiva**, nel senso che il suo valore dipende dal numero delle molecole che compongono il corpo.

Nell'esempio precedente ognuno dei due pezzi di gesso ha una energia termica minore del pezzo sano.

La somma dell'energia termica dei due pezzi è pari alla energia termica del pezzo sano.



## Trasmissione di energia mediante calore e lavoro

Il lavoro ed il calore sono GRANDEZZE EQUIVALENTI

### **Definizioni**

Il lavoro è una forma di trasferimento di energia dovuto alla spostamento di una forza.

Il calore è una forma di trasferimento di energia dovuto a una differenza di temperatura

| calore e lavoro  |   |
|--|---|
| <b>Meccanica</b>   | <b>Termologia</b>   |
| Un corpo possiede energia ma <i>non</i> lavoro                                 | Un corpo possiede energia ma <i>non</i> calore                                  |
| Un corpo <i>compie</i> lavoro  | Un corpo <i>cede</i> calore   |
| <i>Il lavoro è energia in transito dovuto</i><br>allo spostamento di una forza | <i>Il calore è energia in transito dovuto</i><br>alla differenza di temperatura |

## **Unità di misura del calore**

Il calore è energia in transito, quindi si misura in J, molto spesso si usa ancora esprimerla nel sistema tecnico.

$$1 \text{ [ cal ]} = 4.1868 \text{ [kg m}^2\text{/s}^2\text{]} = 4.186 \text{ [ J ]}$$

$$1 \text{ [ kcal ]} = 4186 \text{ [ J ]}$$

## LA TRASMISSIONE DEL CALORE

Un corpo caldo trasmette parte della sua energia interna ad un corpo freddo. La trasmissione ha luogo finché non viene raggiunto l'equilibrio termico, cioè finché i due corpi non raggiungono la stessa temperatura.

Quest'energia in transito dal corpo caldo a quello freddo è chiamata *CALORE*.

La trasmissione del calore può avvenire avviene in tre modi differenti

- ⇒ **CONDUZIONE INTERNA**
- ⇒ **CONVEZIONE**
- ⇒ **IRRAGGIAMENTO**

## CONDUZIONE

Questo tipo di trasmissione avviene tra parti a differenti temperature dello *stesso corpo solido*.

L'energia transita dalla parte calda a quella fredda *senza trasporto di materia*. In misura limitata avviene anche nei gas e nei liquidi ma normalmente l'effetto è trascurabile rispetto a quello della convezione.

La conduzione può essere pensata come trasferimento di energia a livello microscopico per interazione tra le particelle più energetiche a quelle meno energetiche.

## IL FLUSSO TERMICO

(calore trasmesso per unità di tempo e di superficie [J/s m<sup>2</sup>])

è dato dal postulato di Fourier, che per una lastra piana (in cui la temperatura è funzione di una sola variabile dimensionale) è esprimibile come:

$$q = \lambda \, dT/dx \text{ [W/m}^2\text{]}$$

## CONVEZIONE

E' tipico dei *fluidi*. In questo caso l'aspetto più importante è il *trasporto di materia*.

Un esempio si ha nell'acqua messa a scaldare all'interno di un recipiente posto sopra una fiamma. Il fondo del recipiente è il corpo caldo, l'acqua a contatto con esso si riscalda e aumenta di volume (e diminuisce di densità).

Per il principio di Archimede essa viene spinta verso l'alto e sostituita da acqua più fresca (e più densa).

In questo caso si parla di *convezione naturale* ed il moto dell'acqua si dice *moto convettivo*. Molto spesso negli impianti il movimento del fluido è provocato artificialmente con delle macchine (pompe e ventilatori), in questo caso si parla di *convezione forzata*.

## IRRAGGIAMENTO

La trasmissione avviene *senza il trasporto di materia*.

La propagazione avviene per mezzo delle onde elettromagnetiche emesse sia dal corpo caldo (in misura maggiore) che dal corpo freddo (in misura minore).

Ad esempio il Sole riscalda la Terra attraverso lo spazio vuoto.

## CONDUZIONE

E' bene affermare che, in generale, lo scambio termico per conduzione è un fenomeno non lineare, non esiste cioè una semplice relazione di linearità fra energia scambiata dai corpi coinvolti nel processo e temperature dei corpi, tant'è che, ad esempio, in un fenomeno di irraggiamento il calore scambiato è proporzionale alla quarta potenza delle temperature dei corpi.

Per studiare il trasferimento di calore si tende, facendo delle ipotesi, a linearizzare il fenomeno, introducendo equazioni dedotte talvolta dalla generalizzazione dei risultati sperimentali, come nel caso della legge di Fourier, che analizzeremo fra poco.

Tale semplificazione, come vedremo, verrà applicata a tutte e tre le metodologie di scambio termico, per ognuna delle quali esiste uno specifico coefficiente di proporzionalità fra energia scambiata e temperatura.

Quando si parla di scambio termico ciò che conta non è la quantità di calore scambiato, ma la rapidità con cui avviene tale processo.

In questo senso si introduce una grandezza vettoriale, **detta flusso termico specifico** che si indica con il simbolo  $Q'$

Per spiegare come il vettore  $Q'$  si orienta nello spazio durante un processo di conduzione termica, consideriamo un solido caratterizzato da una distribuzione di temperatura (campo termico) al tempo  $t$  data da:  **$T=f(x,y,z,t)$**

## SUPERFICIE ISOTERMA

All'interno del solido definito esistono delle superfici tali che in ogni suo punto abbiano, all'istante  $\tau$ , una temperatura costante **T**.

Tale superficie è detta superficie isoterma, è la superficie di separazione tra i punti del corpo ad una temperatura maggiore e i punti del corpo a una temperatura minore di **T**.

Tra i punti appartenenti a una stessa superficie isoterma non vi è trasferimento di calore.

Quindi, due diverse linee isoterme non possono intersecarsi.

## LINEE DI FLUSSO

Le traiettorie secondo le quali il calore si trasmette per conduzione all'interno del solido sono dette linee di flusso.

Tali linee sono normali alle superfici isoterme in ogni loro punto, poiché nel caso una linea risultasse obliqua ad una superficie isoterma anche in un solo punto, si avrebbe una componente parallela al piano tangente in quel punto alla superficie isoterma, in contrasto con l'evidenza sperimentale che il calore si trasmette solo tra punti a temperatura diversa.

Il vettore  $Q'$  si mantiene sempre tangente alle linee di flusso, ossia in ogni punto del corpo esso possiede una direzione normale alla superficie isoterma passante per quel punto, ed è diretto da zone a temperatura maggiore a zone a temperatura minore

## LEGGE DI FOURIER

Quanto affermato viene sintetizzato dalla legge di Fourier, che sta alla base dello studio della trasmissione di calore per conduzione.

Il postulato, che permette di linearizzare il fenomeno della conduzione, **afferma che il flusso termico specifico è proporzionale al gradiente termico della temperatura**, ossia alla variazione di temperatura per unità di lunghezza.

$$dq = -K dS \frac{dT}{dx} d\tau$$

K = coefficiente di conducibilità intena

dq = quantità di calore

dS = superficie elementare

dT = variazione di temperatura

dx = lunghezza del tratto ove avviene una variazione di temperatura

dτ = tempo unitario

$$\frac{dq}{d\tau} = -\lambda dS \frac{dT}{dx}$$

$$Q' = \frac{dq}{dS d\tau} = -\lambda \frac{dT}{dx}$$



## CONDUZIONE TERMICA IN REGIME STAZIONARIO

### **Potenza termica $W_t$**

Il calore trasmesso attraverso una superficie per unità di tempo [W]

### **Flusso termico specifico $Q'$**

Il calore trasmesso attraverso una superficie per unità di tempo ed unità di superficie [ $W/m^2$ ]

### **Flusso termico attraverso una parete piana**

Il valore dell'energia termica, che attraversa *in un secondo un metro quadro di parete piana e lontana dai bordi* (vale a dire la potenza termica trasmessa per metro quadro di superficie) è data dalla:

#### LEGGE DI FOURIER

$$Q' = \frac{\lambda}{s} \Delta T \quad [W/m^2]$$

$s$  = spessore della parete [m]

$\lambda$  coefficiente di conducibilità del materiale [ $W/m \text{ } ^\circ K$ ]

$$Q' = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{R} \quad [\text{W/m}^2]$$

$R =$  **resistenza termica** della parete  $= s / \lambda$

La potenza termica trasmessa per unità di superficie è direttamente proporzionale alla differenza di temperatura e inversamente proporzionale alla **resistenza termica**  $R$  della parete.

#### **FLUSSO TERMICO ATTRAVERSO UNA PARETE PIANA**

$$Q' = K (T_{\max} - T_{\min}) \quad [\text{W/m}^2]$$

La **trasmittanza**  $K$  è l'inverso della resistenza  $= \lambda / s$

## RESISTENZA TERMICA DELLA PARETE

### Dipende da due fattori:

1. Dal tipo di materiale con cui è realizzata la parete.

Questa caratteristica è misurata dalla **conducibilità termica** del materiale  $\lambda$  [ $\text{W}/(\text{m}^\circ\text{C})$ ].

Un basso valore indica che il materiale conduce poco il calore e quindi è un buon isolante.

Ad esempio per il polistirene espanso si ha  $\lambda = 0.041$  [ $\text{W}/(\text{m}^\circ\text{C})$ ].

2. Dallo spessore della parete

Tra due pareti realizzate con lo stesso materiale, quella più spessa ha una resistenza termica maggiore.

#### Resistenza termica

$$R = s/\lambda \text{ [m}^2 \text{ }^\circ\text{C/W]}$$

#### Resistenza termica globale

$$Rt = s/\lambda A \text{ [}^\circ\text{C/W]}$$

#### Trasmittanza

$$K = \lambda/s \text{ [ W/ m}^2 \text{ }^\circ\text{C]}$$

#### Conduttanza globale

$$Kt = A \lambda/s \text{ [ W/ }^\circ\text{C]}$$

## Determinazione della temperatura in un punto della parete

Partendo dall'equazione

$$Q' = (T_{\max} - T_{\min}) / R \quad [\text{W/m}^2]$$

stabilito un sistema di riferimento unidimensionale  $x$  si può considerare che in un punto qualsiasi  $x$  della parete, la potenza termica per unità di superficie è:

$$Q'_x = (\lambda/x) (T_{\max} - T_x)$$

ed inoltre si ipotizza che il flusso termico tra la sezione iniziale ed una posta ad una distanza generica  $x$  siano eguali:

$$Q' = Q'_x$$

dall'espressione si può notare che  $T_x$  è una funzione lineare della variabile  $x$

$$T_x = T_{\max} - Q' x / \lambda$$

$Q'$  = flusso termico che attraversa la parete

## **ORDINE DI GRANDEZZA**

### **Conducibilità termica di alcuni materiali**

| <b>Materiale</b>                                | <b>W/m K</b> |
|---|--------------|
| GAS a press atm                                 | 0.017 ÷ 0.17 |
| materiali isolanti                              | 0.034 ÷ 0.21 |
| liquidi non metallici                           | 0.087 ÷ 0.7  |
| solidi non metallici<br>pietre, mattoni, etc... | 0.034 ÷ 2.3  |
| metalli liquidi                                 | 8.7 ÷ 81     |
| Leghe   | 14 ÷ 420     |
| metalli puri                                    | 52 ÷ 120     |

Trasmissione del calore

| Categoria          | nome                                | Massa<br>volumica $\rho$<br>[kg/m <sup>3</sup> ] | Conduktività<br>termica $\lambda$<br>[W /m °C] | Capacità<br>termica<br>massica<br>[kJ / kg °C] |
|--------------------|-------------------------------------|--|--|--|
| Acqua              | Acqua in quiete a 273 K             | 1000   | 0.60   | 4.18   |
|                    | Ghiaccio a 263 K                    | 900  | 2.50   | 2.10   |
|                    | Neve moderat. compressa             | 300  | 0.23   | 2.10   |
| Calcestruzzo       | Calcestruzzo ordinario              | 2200   | 1.28   | 0.88   |
|                    | Cls alleggerito con argilla espansa | 800  | 0.24   | 0.92   |
| Pareti in cls      | Cls di perlite pareti interne       | 400  | 0.15   | 0.84   |
| Impermeabilizzanti | Resine fenoliche esp. In lastre     | 80   | 0.046  | 1.30   |
|                    | Argilla in granuli                  | 450  | 0.17   | 1.30   |
|                    | Pomice naturale                     | 400  | 0.080  | 0.84   |
|                    | Vermiculite in granuli              | 80   | 0.077  | 0.84   |
|                    | asfalto                             | 2100   | 0.70   | 0.92   |
|                    | Polietilene in fogli                | 950  | 0.350  | 2.10   |
| Isolanti           | Feltro resinato lana di vetro 14    | 14   | 0.048  | 0.84   |
|                    | Feltro                              | 40   | 0.054  | 0.84   |
|                    | Polistirene espanso UNI 7819 25     | 25   | 0.040  | 1.25   |
|                    | Pannello di fibra di legno duro     | 900  | 0.16   | 2.10   |
|                    | Pannello di trucioli di legno       | 600  | 0.12   | 2.10   |
|                    | Cartone ovattato                    | 35   | 0.037  | 2.10   |
|                    | Pannello isover E40                 | 30   | 0.035  | 0.85   |
|                    | Gesso e fibre di legno              | 920  | 0.2  | 0.84   |
| Intonaci           | Malta di gesso                      | 900  | 0.410  | 0.84   |
|                    | Malta di cemento                    | 2000   | 1.4  | 0.84   |
|                    | Intonaco plastico per esterno       | 1300   | 0.3  | 0.84   |
|                    | Intonaco di calce e gesso           | 1400   | 0.70   | 0.84   |
|                    | Pannello di cartongesso             | 750  | 0.6  | 0.84   |
| Legnami            | Abete flusso perpendicolare         | 450  | 0.120  | 2.70   |
|                    | Pino flusso perpendicolare          | 550  | 0.15   | 2.70   |
|                    | Quercia flusso perpendicolare       | 850  | 0.22   | 2.40   |
|                    | Pannelli di sughero espanso         | 130  | 0.045  | 2.10   |

Trasmissione del calore

|                                |  |       |       |      |
|--------------------------------|--|-------|-------|------|
| Materiali sfusi da costruzione | Ghiaia grossa                          | 1700  | 1.2   | 0.84 |
|                                | Sabbia secca                           | 1700  | 0.6   | 0.84 |
|                                | Terreno umido                          | 2600  | 2.4   | 1.50 |
|                                | Pomice naturale                        | 400   | 0.08  | 0.84 |
|                                | Polistirolo in granuli                 | 15    | 0.054 | 1.25 |
| Metalli                        | Acciaio                                | 7800  | 52    | 0.45 |
|                                | Alluminio                              | 2700  | 220   | 0.96 |
|                                | ghisa                                  | 7200  | 50    | 0.55 |
|                                | piombo                                 | 11300 | 35    | 0.20 |
|                                | rame                                   | 8900  | 380   | 0.38 |
| Murature in laterizio          | Parete interna 800                     | 800   | 0.3   | 0.84 |
|                                | Parete interna 1200                    | 1200  | 0.3   | 0.84 |
|                                | Parete interna 1600                    | 1600  | 0.43  | 0.84 |
|                                | Parete interna 2000                    | 2000  | 0.59  | 0.84 |
| Rocce                          | Calcere 1900                           | 1900  | 1.5   | 0.84 |
|                                | Granito                                | 2500  | 3.20  | 0.84 |
|                                | marmo                                  | 2700  | 3.0   | 0.84 |
|                                | Tufo asciutto                          | 1500  | 0.63  | 1.30 |
|                                | Tufo umido                             | 2300  | 1.70  | 1.30 |
| solette                        | Soletta in laterizio                   | 1100  | 0.36  | 0.84 |
|                                | Soletta in laterizio                   | 1450  | 0.50  | 0.84 |
|                                | Soletta in laterizio                   | 1800  | 0.72  | 0.84 |
|                                | tegola                                 | 1300  | 0.26  | 0.88 |
| vetri                          | Vetro da finestra                      | 2500  | 1     | 0.84 |
|                                | Vetro cellulare espanso                | 150   | 0.055 | 0.84 |
|                                | Vetromattone 80 mm                     | 1000  | 0.450 | 0.84 |
|                                | Policarbonato cellulare in lastra 6 mm | 180   | 0.054 | 1.50 |
| pavimenti                      | Moquette                               | 60    | 0.06  | 0.84 |
|                                | Legno                                  | 850   | 0.22  | 2.40 |
|                                | Cotto                                  | 1800  | 0.72  | 0.84 |
|                                | ceramica                               | 2300  | 1.00  | 0.84 |
|                                |  |       |       |      |

**Esempio:**

Determinare la resistenza termica di un pannello isolante realizzato in polistirene espanso dello spessore  $s=20$  mm

La conducibilità termica del materiale è  $\lambda =0.041\text{W}/(\text{m}^\circ\text{C})$ .

$$\text{Resistenza } R = s/\lambda = 0.02/0.041 = 0.48 \text{ [m}^2/\text{ }^\circ\text{C W]}$$

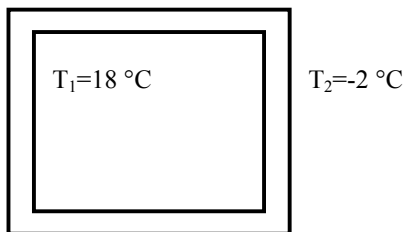


### ESERCIZIO A

Superficie:  $A = 15 \quad [\text{m}^2]$   
Resistenza termica:  $R = 1.2 \quad [\text{m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}/\text{W}]$   
Temperatura interna:  $T_1 = 18 \quad [^\circ\text{C}]$   
Temperatura esterna:  $T_2 = -2 \quad [^\circ\text{C}]$

Determinare:

- 1) la potenza termica  $P$  che attraversa la parete
- 2) l'energia dispersa in un tempo pari a 5 ore
- 3) la quantità di gas impiegato da una caldaia nel bilanciare la dispersione termica sapendo che il potere calorifico del gas impiegato nella combustione produce 10000 kcal/h



**FLUSSO TERMICO** (per unità di superficie)  $Q = \Delta T/R \quad [\text{W}/\text{m}^2]$

$$Q = 20 / 1.2 = 16.6 \quad [\text{W}/\text{m}^2]$$

**POTENZA TERMICA**

$$Wt = Q A \quad [\text{W}]$$

$$Wt = 16.6 \times 15 = 249 \quad \text{W}$$

ENERGIA DISPERSA nel tempo  $t$ :  $E = Wt \times t$

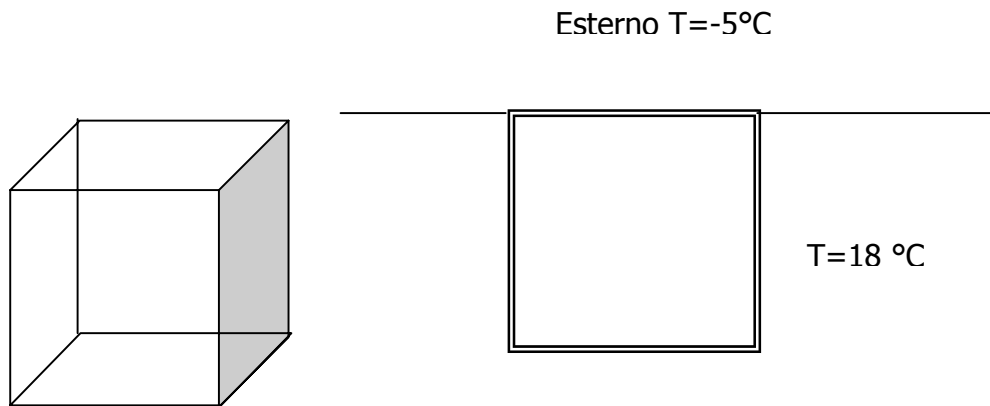
$$E = 249 \times 3600 \times 5 = 4482 \times 10^3 \quad [\text{J}]$$

ENERGIA DISPERSA in 1 h:  $249 \times 3600 = 896.4 \times 10^3 \quad [\text{J}]$

convertendo da J in kcal:  $E_{\text{dis}}(1\text{h}) = 214 \quad \text{kcal}$ ,

% Gas utilizzato per bilanciare la dispersione =  $214/10000 = 2\%$

**ESERCIZIO B**



Determinare la temperatura di equilibrio nel locale schematizzato nella figura.

Dati:

lato a, b = 5 m

altezza = 3 m

Le pareti esterne sono costituite da laterizi dello spessore di 30 cm

il solaio è costituito da travetti e laterizi da 16 cm + 4 cm strato di calcestruzzo

il pavimento è costituito da calcestruzzo da 20 cm

La temperatura del terreno è di 5 °C

la temperatura esterna è di - 5 °C

**Coefficienti di conducibilità:**

forati: 0.58 W/m °C

pietra arenaria: 1.4 W/ m °C

calcestruzzo: 0.8 W/m °C

$$Q_{\text{pavimento}} = K_{\text{pav}} S_{\text{pav}} (T_x - T_{\text{terra}}) = 0.8/0.2 \cdot 25 (t_x - 5) = 100 (t_x - 5) \text{ [W]}$$

$$Q_{\text{pareti interne}} = K_{\text{parete}} S_{\text{parete}_i} (T_{\text{interno}} - T_x)$$

$$Q_{\text{parete esterna}} = K_{\text{parete}} S_{\text{parete}_e} (T_x - T_{\text{est}})$$

$$Q_{\text{tetto}} = K_{\text{parete}} S_{\text{tetto}} (T_{\text{interno}} - T_x)$$

## Conduzione in una Parete multistrato

Nella pratica molto spesso le pareti sono composte da strati di materiale differente.

Con questo termine si intende dire che sono composte da più strati di materiale diverso (vale a dire con coeff.  $\lambda$  diverso) affiancati uno all'altro.

La disposizione di questi strati è in serie perché tutti sono attraversati dalla stessa quantità di calore.

La resistenza totale di n strati è la somma delle singole resistenze

$$R=r_1+r_2+\dots+r_n$$

## Andamento delle temperature nella parete multistrato

In uno strato omogeneo la temperatura diminuisce linearmente con l'aumentare dello spessore s.

Se riportiamo sulla stratigrafia della sezione l'andamento della temperatura otteniamo una spezzata composta da segmenti rettilinei di diversa pendenza.

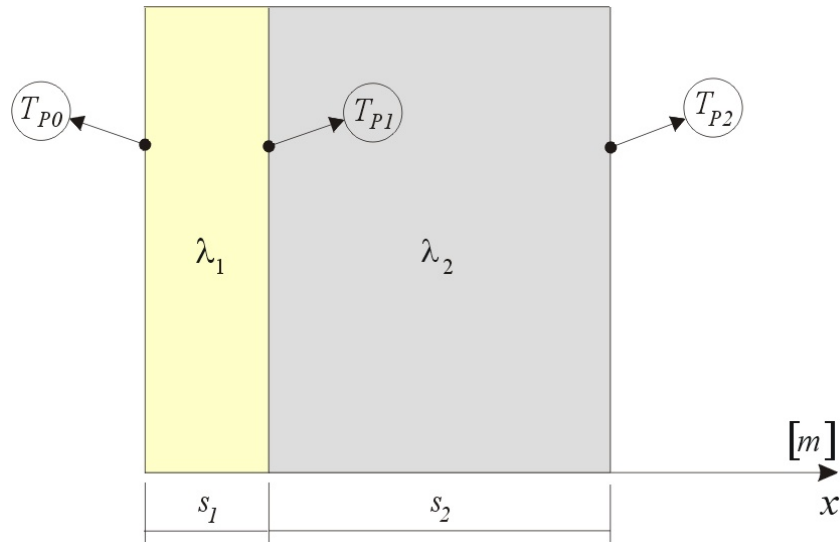
Dove la pendenza è maggiore, è maggiore la resistenza termica.

Dato che gli strati sono in serie ognuno di essi è attraversato dalla stessa potenza termica e quindi per gli n strati si ha

$$Q = \Delta T / R_t = \Delta T_i / R_{t_i}$$

## Lastra piana doppia

Si consideri una lastra piana costituita da due strati di diverso materiale e spessore, aventi quindi differenti conducibilità termica



Sono assegnate le condizioni al contorno sulle due superfici esterne, quindi vengono fornite le temperature di parete  $T_{P0}$  e  $T_{P2}$ .

Si deve determinare la temperatura  $T_{P1}$  presente all'interfaccia delle due pareti e la quantità di calore per unità di tempo e per unità di superficie che viene trasferita fra la prima e l'ultima parete della lastra.

Si suppone per ipotesi che sia  $T_{P0} < T_{P2}$ , cioè che il calore fluisca da destra verso sinistra.

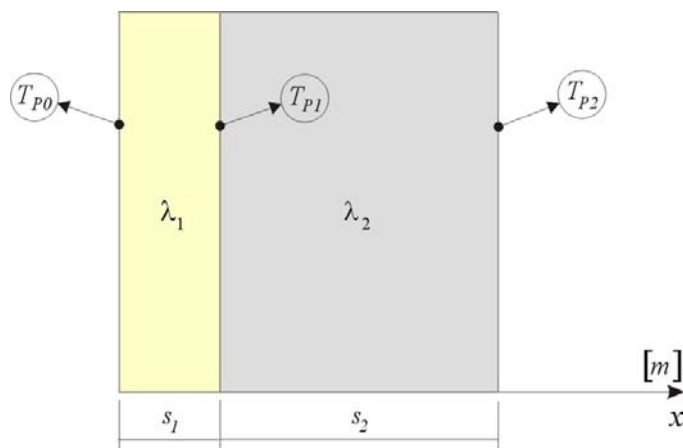
Le grandezze note sono le seguenti:

$$s_1 = 0.05m \quad \lambda_1 = 0.5 \frac{W}{m \cdot K}$$

$$s_2 = 0.15m \quad \lambda_2 = 1.5 \frac{W}{m \cdot K}$$

$$T_{P0} = 0^\circ C \quad T_{P2} = 20^\circ C$$

Tp1 ? q?



Il problema si esamina considerando le due lastre singolarmente e studiandole mediante la **legge di Fourier** in regime stazionario.

Si ha quindi, rispettivamente, per i due materiali:

$$\begin{cases} \dot{q} = \lambda_1 \cdot \frac{T_{P1} - T_{P0}}{s_1} \\ \dot{q} = \lambda_2 \cdot \frac{T_{P2} - T_{P1}}{s_2} \end{cases}$$

Si noti che, a regime,  $\dot{q}$  è uguale per i due materiali, questo perché a regime la quantità di calore in entrata è pari a quella in uscita.

Da quanto detto, è quindi possibile uguagliare le due equazioni del sistema :

$$\lambda_1 \cdot \frac{T_{P1} - T_{P0}}{s_1} = \lambda_2 \cdot \frac{T_{P2} - T_{P1}}{s_2}$$

Si è ottenuta un'equazione nella quale compare come unica incognita la temperatura d'interfaccia  $T_{P1}$ , che si può quindi ricavare con immediati passaggi matematici:

$$\begin{aligned} \lambda_1 \cdot \frac{T_{P1}}{s_1} - \lambda_1 \cdot \frac{T_{P0}}{s_1} &= \lambda_2 \cdot \frac{T_{P2}}{s_2} - \lambda_2 \cdot \frac{T_{P1}}{s_2} \\ \left( \frac{\lambda_1}{s_1} + \frac{\lambda_2}{s_2} \right) \cdot T_{P1} &= \frac{\lambda_1}{s_1} \cdot T_{P0} + \frac{\lambda_2}{s_2} \cdot T_{P2} \end{aligned}$$

$$T_{P1} = \frac{T_{P2} \cdot \frac{\lambda_2}{s_2} + T_{P0} \cdot \frac{\lambda_1}{s_1}}{\frac{\lambda_1}{s_1} + \frac{\lambda_2}{s_2}}$$

Dall'equazione si può notare che la temperatura della parete intermedia  $T_{P1}$  risulta essere una media pesata delle temperature delle pareti estreme  $T_{P0}$  e  $T_{P2}$ , i cui fattori di peso sono rappresentati dal rapporto  $\lambda/s$ .

$$T_{P1} = \frac{20 \cdot \frac{1.5}{0.15} + 0 \cdot \frac{0.5}{0.05}}{\frac{1.5}{0.15} + \frac{0.5}{0.05}} = 12^\circ C$$

## Applicazione ad una parete di un edificio

Le pareti disperdenti di un edificio sono sempre realizzate con strati di materiali diversi.

In genere sono da prevedersi due resistenze aggiuntive dovute agli strati d'aria che rimangono aderenti alla superficie interna ed esterna della parete.

### ADDUZIONE

Il passaggio di calore tra l'aria e la parete avviene sia per convezione che per irraggiamento, ma per differenze di temperatura intorno a 20°C si può considerare un unico coefficiente di adduzione sperimentale (Newton 1701) che tiene conto delle due modalità di trasmissione.

Queste resistenze sono dette liminari e sono normalmente definite dalla normativa.

Nella norma UNI 7357-74 sono definiti i valori di queste resistenze per soffitti, pavimenti e pareti verticali.

### ADDUTTANZE UNITARIE

La norma UNI 10344 ha fissato due soli valori per la generica parete opaca

$$\alpha_e = 25 \text{ [W/m}^2\text{°C]}$$
$$R_e = 1/\alpha_e = 0.040 \text{ [m}^2\text{°C/W]}$$

$$\alpha_i = 7.7 \text{ [W/m}^2\text{°C]}$$
$$R_i = 1/\alpha_i = 0.130 \text{ [m}^2\text{°C/W]}$$

Nella sua forma più generale la resistenza termica (e quindi la trasmittanza) di una parete composta da n strati omogenei, si calcola con la seguente espressione:

Resistenza termica

$$R_t = R_i + \sum (s_i/\lambda_i) + R_e$$



TABELLA DEI COEFFICIENTI LIMINARI IN ARIA

| Condizioni della superficie         | $\alpha$ [W/m <sup>2</sup> °C] |
|-------------------------------------|--------------------------------|
| <b>Lato interno alta emissività</b> |                                |
| Orizzontale con flusso ascendente   | 9.3                            |
| Verticale                           | 8.1                            |
| <b>Lato esterno alta emissività</b> |                                |
| Orizzontale flusso asc. v = 4 m/s   | 23.3                           |
| Orizzontale flusso asc. v = 15 m/s  | 42.9                           |
| Verticale v = 4 m/s                 | 23.3                           |
| Verticale v = 15 m/s                | 42.9                           |

## CONVEZIONE

Per convezione si intende il trasporto contemporaneo di energia e massa. La convezione può essere naturale o forzata.

considerazioni

- strato limite: una zona di spessore variabile nella direzione del moto, in cui la velocità varia da zero ad un valore di regime
- nello strato limite si ha un moto laminare, al di fuori dello strato limite, oltre una zona di transizione, si ha un moto turbolento.
- il gradiente della velocità del fluido è differente nello strato limite e nella zona turbolenta
- La formazione dello strato limite si ha ogni volta che un fluido lambisce una parete solida

La quantità di energia che passa nello strato limite dipende dal tipo di moto: se laminare, la resistenza termica è dovuta alla conduttività del fluido se turbolento, bisogna tenere conto anche dello scambio di massa

La potenza termica scambiata per convezione si esprime secondo la seguente espressione:

### Potenza scambiata per convezione

$$W_t = hc A \Delta T \text{ [W]}$$

$\Delta T$ : variazione di temperatura tra solido e fluido

$hc$ : coefficiente liminare o di scambio termico per convezione [ $\text{W}/\text{m}^2 \text{ K}$ ]

Il coefficiente **hc** è una funzione di :

- velocità del fluido
- proprietà fisiche del fluido
- geometria della superficie
- differenza di temperatura

Nella maggior parte dei casi interessa un valore medio, ad esempio per l'aria, in convezione libera  $hc = 6 \div 30$  [W/m<sup>2</sup> °C]

### Conduttanza termica per convezione:

$$K_c = hc A$$

### Calcolo del coefficiente liminare per una parete piana

Il calcolo del coefficiente liminare avviene mediante delle formule ed entro certi valori di alcuni coefficienti adimensionali come il numero di Reynolds, o il numero di Grashof.

$$Re = \rho V L / \mu$$

$\rho$ : densità del fluido

$V$ : velocità del fluido

$L$ : lunghezza caratteristica

$\mu$ : viscosità dinamica del fluido

per esempio nel caso di una parete verticale e convezione forzata:

$$hc = 7,34 V^{0.8} \quad \text{per } 5 < V < 30 \text{ m/s}$$

$$hc = 5,62 + 0.69 V \quad \text{per } V < 5 \text{ m/s}$$

da cui si vede che nel caso di  $V$  maggiore lo scambio termico incrementa.

Nella tabella di seguito si riportano i valori di alcuni coefficienti liminari:

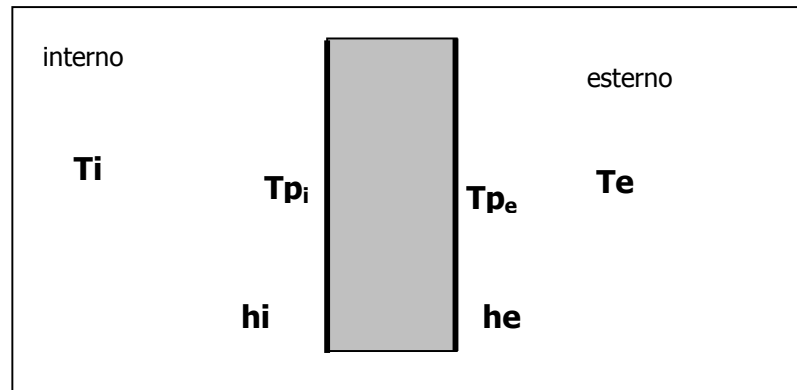
| Descrizione        | $h$ [w/m <sup>2</sup> K] |
|--------------------|--------------------------|
| aria, c. naturale  | 1 ÷ 20                   |
| aria, c. forzata   | 40 ÷ 450                 |
| acqua, c. naturale | 250 ÷ 750                |

Trasmissione del calore

|                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| acqua, c. forzata | $1000 \div 12000$ |
|-------------------|-------------------|

## PARETE PIANA IMMERSA IN DUE FLUIDI

nel calcolo della dispersione termica di un edificio nel periodo invernale bisogna considerare una parete piana immersa in due fluidi ed un fenomeno combinato di conduzione e convezione, che viene denominato adduzione.



da sinistra verso destra:

Il flusso termico per convezione aria parete interna è

$$Q'_a = h_1(T_i - T_{pi})$$

Il flusso termico per conduzione è pari a:

$$Q'_b = s / \lambda (T_{pi} - T_{pe})$$

Il flusso termico per convezione tra la parete esterna e l'aria è:

$$Q'_c = h_2 (T_{pe} - T_e)$$

il flusso termico totale può scriversi anche come

$$Q'_T = (T_i - T_e) / R_T$$

ove la **Resistenza totale**

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 = 1/h_1 + \lambda/s + 1/h_2$$

e l'inverso **trasmittanza o coeff. totale di trasmissione**

## **IRRAGGIAMENTO**

La radiazione  $u_i$  incidente su una superficie di un corpo viene

parte riflessa (c. riflessione  $\rho = u_r / u_i$ )

parte assorbita (c. di assorbimento  $\alpha = u_a / u_i$ )

parte trasmessa (c di trasmissione  $\tau = u_t / u_i$ )

$$\rho + \alpha + \tau = 1$$

i coefficienti dipendono dalla lunghezza d'onda, dalla radiazione incidente  
se  $\alpha = 1$  un corpo si dice ricevitore integrale o corpo nero.

La potenza termica emessa da un corpo che sia un radiatore perfetto (corpo nero) è pari a:

### **Potenza termica corpo nero**

$$W_t = \sigma A_1 T_1^4 \quad [\text{W}]$$

$\sigma$  : costante di Stefan-Boltzman  $5.67 \cdot 10^{-8} \quad [\text{W/m}^2 \text{ K}^4]$

### **Flusso energetico corpo nero**

$$Q' = \sigma T_1^4 \quad [\text{W/m}^2]$$

può esprimersi anche mediante l'espressione:

$$Q' = c (T/100)^4$$

c rappresenta l'indice di radiazione

valori dell'indice di radiazione alla temperatura di 300K:

| materiale         | c [W/m <sup>2</sup> k <sup>4</sup> ] |
|-------------------|--------------------------------------|
| corpo nero        | 5.67                                 |
| acciaio ossidato  | 4.5                                  |
| acciaio lucidato  | 0.4                                  |
| acqua liquida     | 5.4                                  |
| mattone laterizio | 5.3                                  |
| tungsteno filam.  | 1.8                                  |
| marmo lucidato    | 5.3                                  |

In realtà i corpi neri non esistono, per cui i corpi possono emettere una frazione di ciò che emetterebbe il corpo nero. Per questo i corpi reali si chiamano corpi grigi.

### **Potenza termica corpo grigio**

$$W_t = \sigma \varepsilon A_1 T_1^4 \quad [\text{W}]$$

$\varepsilon$ : emissività della superficie grigia (adimensionale)

### **SCAMBIO TERMICO tra due corpi**

Lo scambio termico tra due corpi avviene grazie ad una differenza di temperatura superficiale dei corpi stessi.

Per il calcolo dello scambio termico per irraggiamento tra due corpi 1 e 2 bisogna considerare il flusso termico  $Q'_{1-2}$  emesso da 1 verso 2 e quello  $Q'_{2-1}$  emesso da 2 verso 1, cioè nel percorso inverso.

$$Q'_{1-2} = A_1 F_{12} \sigma T_1^4$$

$$Q'_{2-1} = A_2 F_{21} \sigma T_2^4$$

ove  $F_{12}$  e  $F_{21}$  rappresentano i fattori di forma tra le due superfici, ed è uguale alla frazione di flusso totale emesso dalla superficie 1 che raggiunge la superficie 2.

Il flusso netto scambiato tra le due superfici è:

$$Q'_{12} = Q'_{1-2} - Q'_{2-1}$$

considerando la proprietà dei coefficienti di forma per cui

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji}$$

Il flusso netto scambiato tra le due superfici è:

$$Q' = A_1 F_{12} \sigma (T_1^4 - T_2^4)$$

La determinazione dei fattori di forma per gli edifici è molto complessa ed in genere si ottiene mediante dei diagrammi predefiniti in cui si considerano i rapporti delle dimensioni delle superfici e le mutue posizioni nello spazio.



### **Scambio termico tra 2 corpi - casi particolari**

Se un corpo a temperatura  $T_1$  e superficie  $A_1$  si trova all'interno di una cavità nera perfettamente assorbente, allora lo scambio termico tra i due corpi si esprime secondo la seguente espressione:

#### **Potenza termica tra 2 corpi neri**

$$W_t = \sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4) \text{ [W]}$$

Nel caso che la sorgente 1 si può considerare molto più piccola della sorgente 2, tra due corpi grigi, allora la potenza termica può esprimersi secondo l'espressione:

#### **Potenza termica termica tra due corpi grigi**

$$W_t = \sigma \varepsilon_{1-2} A_1 (T_1^4 - T_2^4) \text{ [W]}$$

### ESEMPIO IRRAGGIAMENTO

il filamento in tungsteno di una lampadina ha superficie  $A = 15 \text{ mm}^2$

emissività  $\varepsilon = 0.9$

la temperatura del globo di vetro che contiene il filamento si trova ad una temperatura di  $80 \text{ }^\circ\text{C}$ , e all'interno è stato ottenuto il vuoto.

Calcolare la potenza da fornire al filamento perchè si mantenga ad una temperatura di  $2700 \text{ }^\circ\text{C}$ .

$$W_t = \sigma \varepsilon_{1-2} A_1 (T_1^4 - T_2^4)$$

$$W_t = 5.67 \cdot 10^{-8} \times 0.9 \times 1.57 \cdot 10^{-6} (2973^4 - 353^4) = 63 \text{ W}$$

## CONVEZIONE ED IRRAGGIAMENTO ACCOPPIATI

In generale lo scambio di energia tra una superficie e l'ambiente avviene per irraggiamento e convezione.

$$Q't = Q'irr. + Q'conv.$$

$$Q'conv = hc (T_{sup.} - T_{fluido})$$

$$Q'irr = \varepsilon \sigma (T_{sup.}^4 - T_{ambiente}^4)$$

$Q'irr$  si approssima a:

$$Q'irr = 4 \varepsilon \sigma T_m^3 (T_{sup.} - T_{ambiente})$$

ponendo  $hr = 4 \varepsilon \sigma T_m^3$

$$Q'irr = hr (T_{sup.} - T_{ambiente})$$

$$Q't = (hc + hr) (T_{sup.} - T_{ambiente})$$

## TRASMISSIONE DI CALORE ATTRAVERSO UNA PARETE IRRAGGIATA

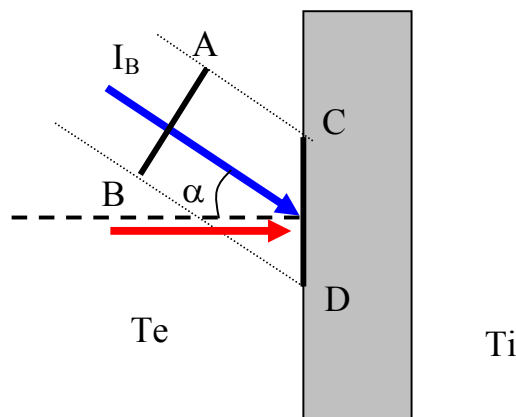
Una parete che separa l'ambiente esterno dall'interno è in generale investita da una radiazione solare diretta con maggiore o minore intensità  $I_B$  in funzione dell'esposizione e da una radiazione diffusa  $I_d$

La radiazione diretta incidente una superficie al di fuori dell'atmosfera è pari a  $1.4 \text{ kW/m}^2$

Radiazione totale = radiazione diretta + radiazione diffusa

$$I_t = I_B + I_d$$

La radiazione viene in parte assorbita, in parte trasmessa ed in parte riflessa.



La radiazione incidente sull'unità di superficie della parete e nell'unità di tempo è:

$$I_B \cos \alpha = I_B / CD \text{ [W/m}^2\text{]}$$

noti i coeff. di riflessione  $\rho_b$ , trasmissione  $\tau_b$  ed assorbimento  $\alpha_b$  per via sperimentale,

l'energia riflessa vale:  $Q't = \rho_b I_B \cos \alpha + I_d \rho_d$

l'energia trasmessa vale:  $Q't = \tau_b I_B \cos \alpha + I_d \tau_b$

l'energia assorbita:  $Q't = \alpha_b I_B \cos \alpha + I_d \alpha_b$