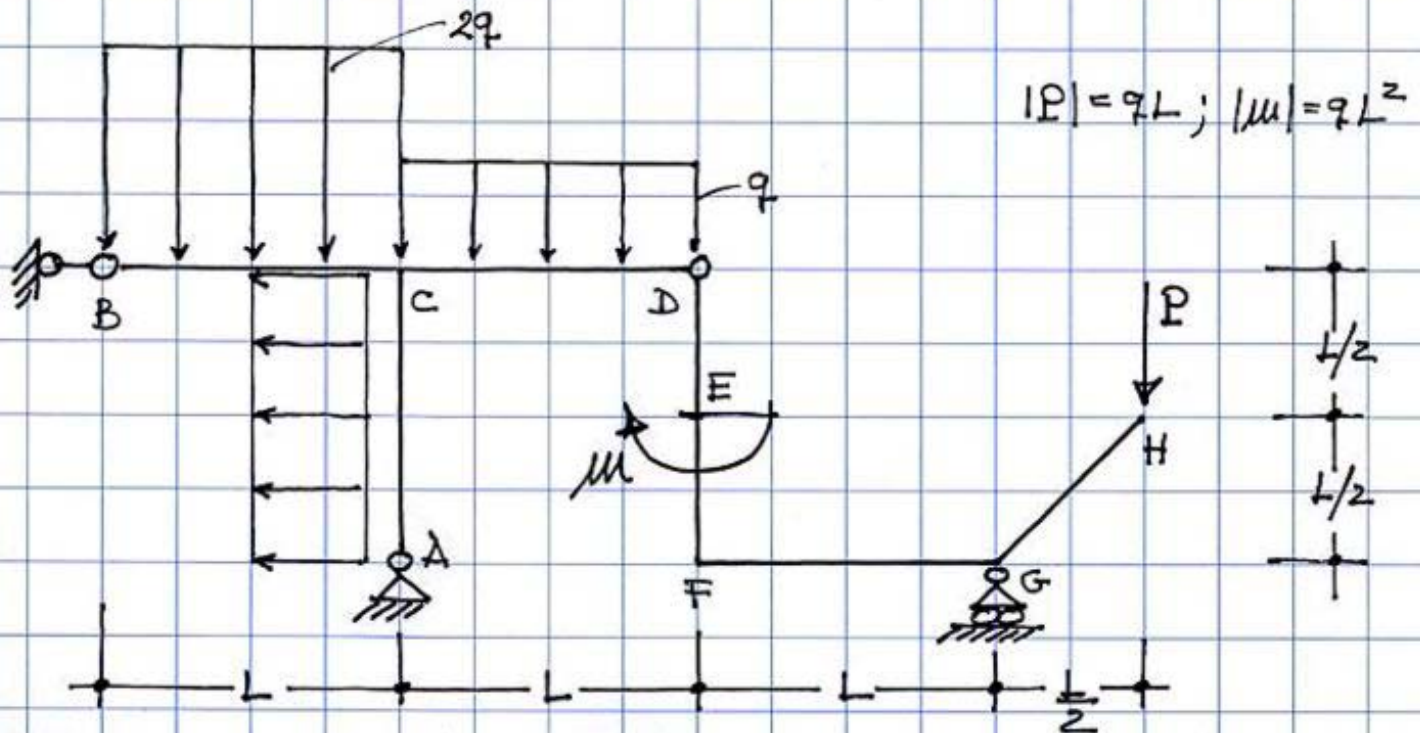


ESERCIZIO #9

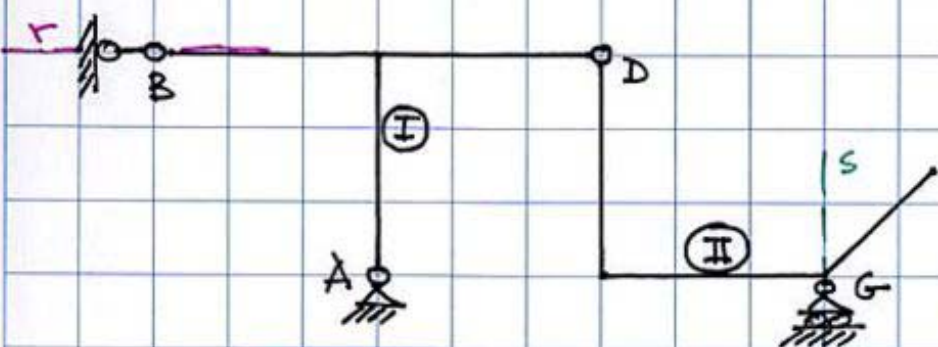
DETERMINARE LE REAZIONI VINCOLARI (RV), LE FUNZIONI CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE (CS) E I RELATIVI DIAGRAMMI PER LA STRUTTURA SEGUENTE:



• GRADO DI LABILITÀ APPARENTE

$$l = 3N - \mu_f = 3 \times 2 - (1 + 2 + 2 + 1) = 0 \Rightarrow \text{C.N. per l'isostaticità ok!}$$

• EFFICACIA CINEMATICA VINCOLI



CERNIERA A $\Rightarrow C^I \equiv A$
 PENDOLO B $\Rightarrow C^I \in r$
 $\Rightarrow C^I \rightarrow$ il tratto (I)
 è isostatico!

CERNIERA D (SOLDALE A F isostatico) $\Rightarrow C^II \equiv D$

CARRELLI G $\Rightarrow C^II \in s$

$\Rightarrow C^II \nrightarrow$

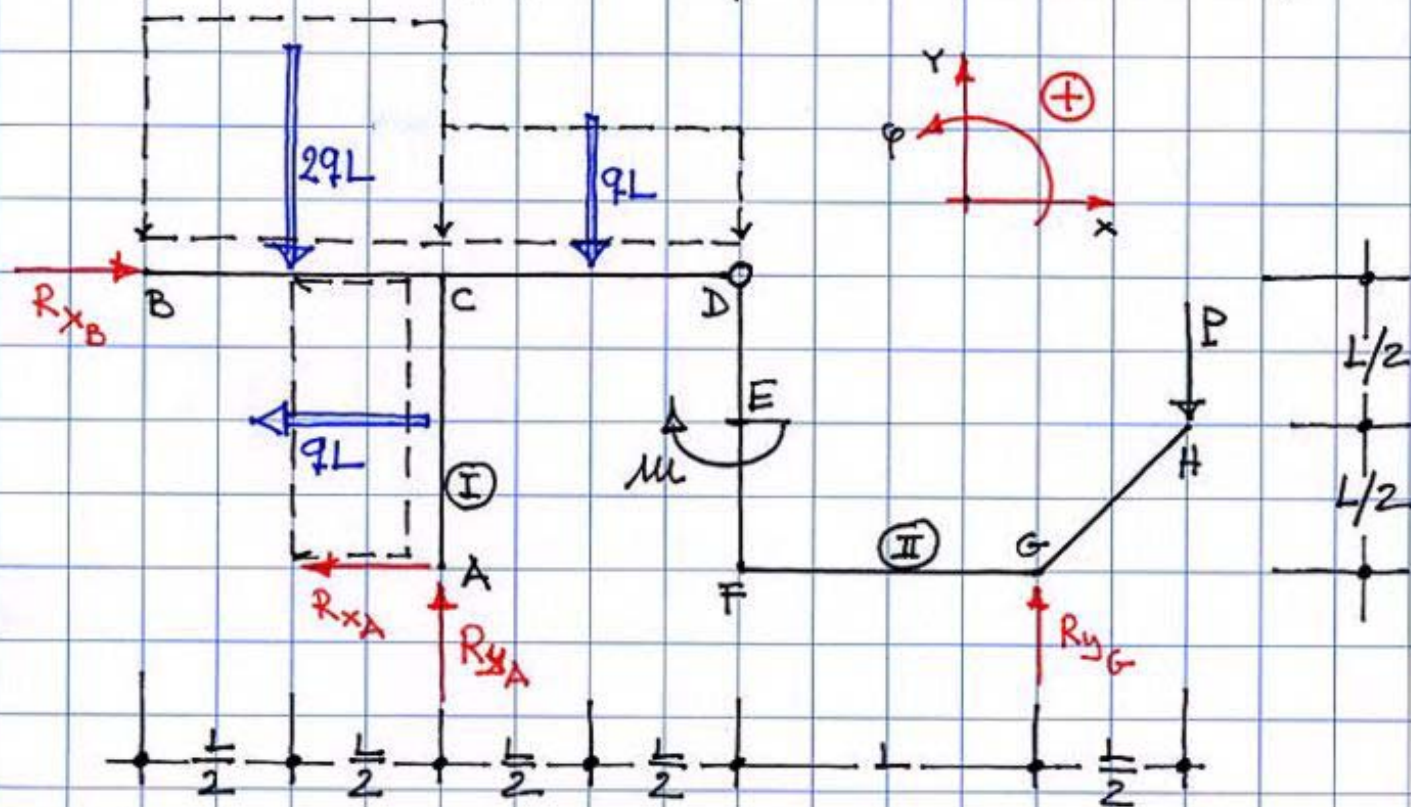
L'intero sistema è isostatico!

• DETERMINAZIONE DELLE REAZIONI VINCOLARI (RV)

RV - metodo analitico



1. Ai fini della valutazione delle RV i carichi distribuiti possono essere sostituiti con carichi concentrati equivalenti.
2. Si risolve il sistema in termini di reazioni vincolari esterne, a tal fine i vincoli esterni sono sostituiti dalle reazioni che essi sono potenzialmente in grado di esplicare. Il verso ipotizzato delle suddette reazioni è arbitrario.
3. Si hanno in questo caso 4 componenti di reazione esterne incognite, si scrivono: 3 equazioni di equilibrio globale (riferite cioè all'intero sistema ignorando in questa fase la presenza del vincolo interno D); 1 equazione di equilibrio parziale, quest'ultima tenendo conto della funzione cinematica della cerniera interna D. Si impone, ad esempio, che la porzione (II) non ruoti rispetto a D.



$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_{xB} - R_{xA} - qL = 0 \rightarrow R_{xA} = \frac{3}{2}qL \quad (4)$$

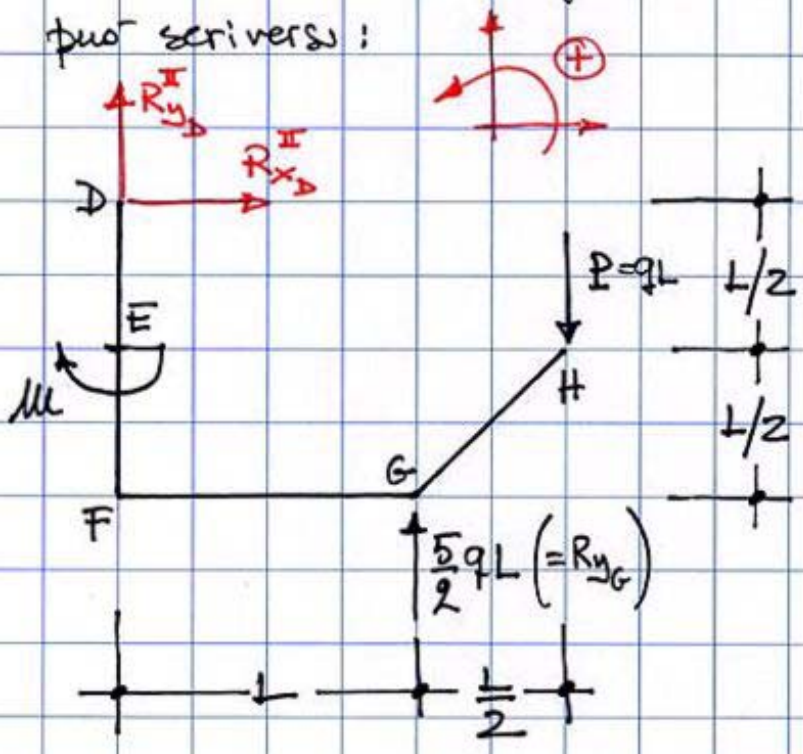
$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_{yA} + R_{yG} - 2qL - qL - P = 0 \rightarrow R_{yA} = \frac{3}{2}qL \quad (2)$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow -R_{xB} \cdot L + qL \cdot \frac{L}{2} + 2qL \cdot \frac{L}{2} - qL \cdot \frac{L}{2} - M + R_{yG} \cdot 2L - P \cdot \frac{5}{2}L = 0$$

$$\sum M_D = 0 \rightarrow -M + R_{yG} L - P \cdot \frac{3}{2}L = 0 \rightarrow R_{yG} = \frac{5}{2}qL \quad (1) \quad R_{xB} = \frac{5}{2}qL \quad (3)$$

N.B.: (1) = primo risultato; (2) = secondo risultato (ottenuto per sostituzione di (1)); (3) = terzo risultato

4. Le componenti di reazione interne della cerniera D possono trovarsi imponendo l'equilibrio parziale della porzione (I) o della porzione (II). A tal fine sostituendo la cerniera D con le reazioni che essa è potenzialmente in grado di esplicare si impone l'equilibrio della porzione di struttura considerata applicando su di essa le reazioni esterne già calcolate oltre, ovviamente, i carichi su di essa agenti. Considerando la porzione II può scriversi:



$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_{xD} = 0$$

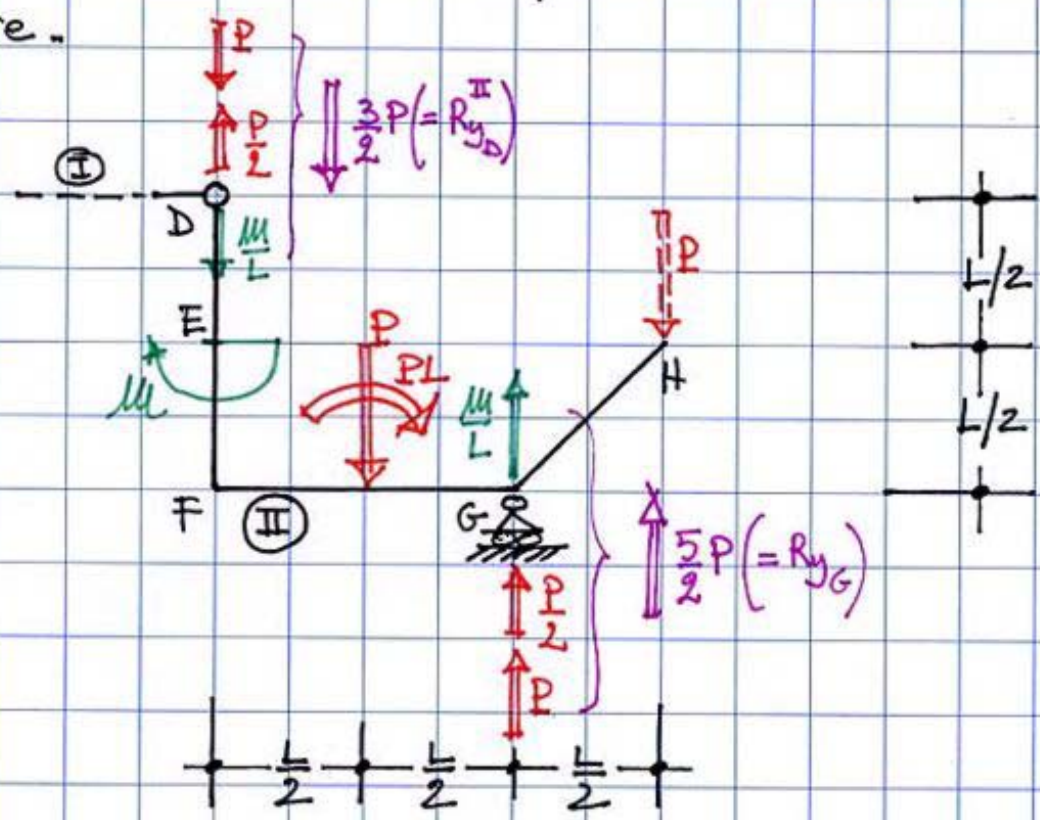
$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_{yD} + \frac{5}{2}qL - qL = 0$$

$$R_{yD} = -\frac{3}{2}qL$$

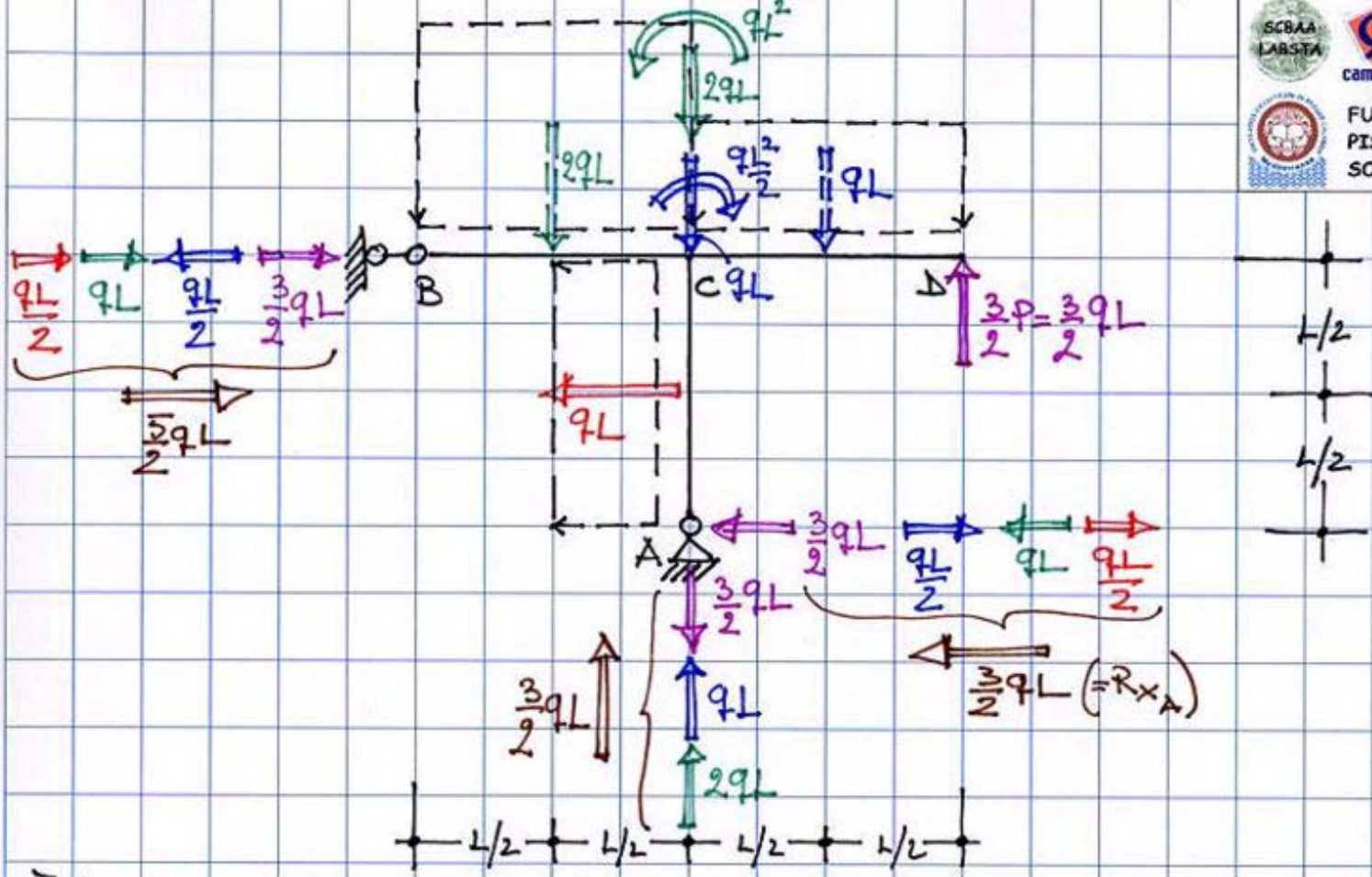
Il segno negativo indica che il verso ipotizzato è opposto a quello effettivo!

RV - metodo grafico

1. Il sistema non è isostatico per vincoli esterni ($\mu_e=4$), tuttavia la porzione ② è un "tratto isostatico" (per tale tratto risulta $\mu_e + \mu_i = 3$).
2. Si risolve ② applicando il principio di sovrapposizione degli effetti, valutando cioè separatamente le reazioni in D e in G per effetto del carico P e della coppia M. Il carico P è traslato per comodità sulla mezzina del tratto FG, mantenendolo parallelamente a se stesso e applicando, oviamente, un'opportuna coppia di trasporto. Ogni colore individua una singola condizione di carico e le aliquote di reazioni vincolari ad essa relative.

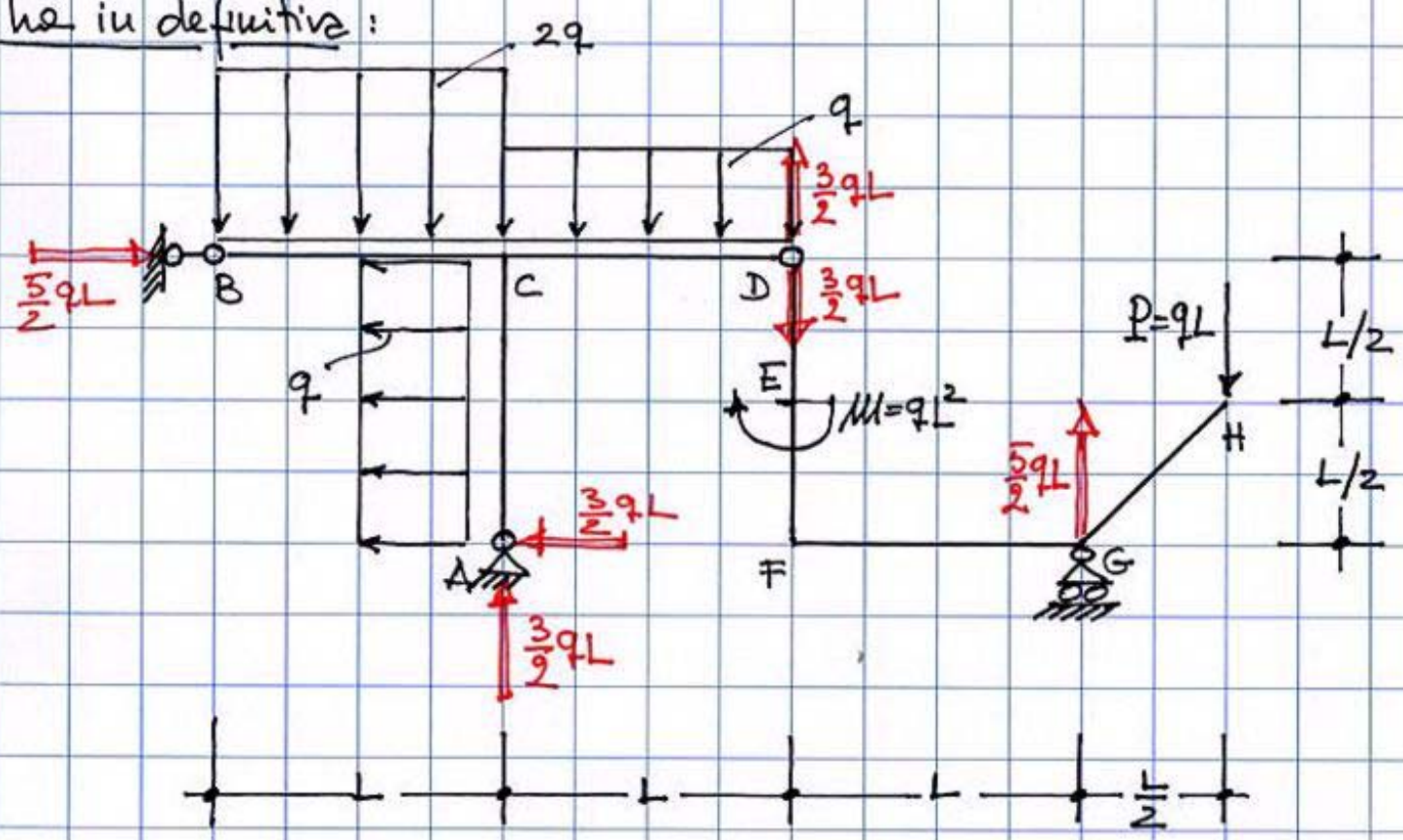


3. Si risolve ① applicando ancora il principio di sovrapposizione degli effetti (la reazione R_{yD}^I è nota essendo pari a $-R_{yD}^{II}$ e cioè pari a $\frac{3}{2}P$ verso l'alto). I carichi concentrati equivalenti ai carichi distribuiti sono traslati opportunamente per facilitare la soluzione grafica. Ogni colore individua una singola condizione di carico e le relative reazioni dei vincoli.

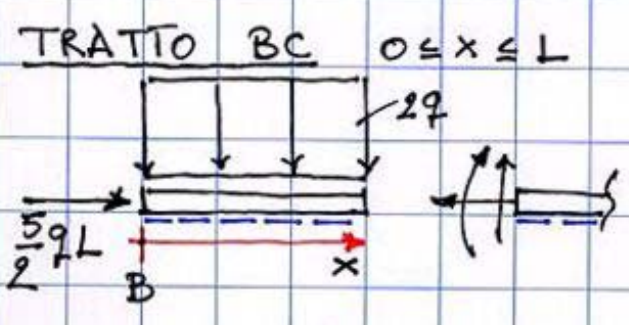
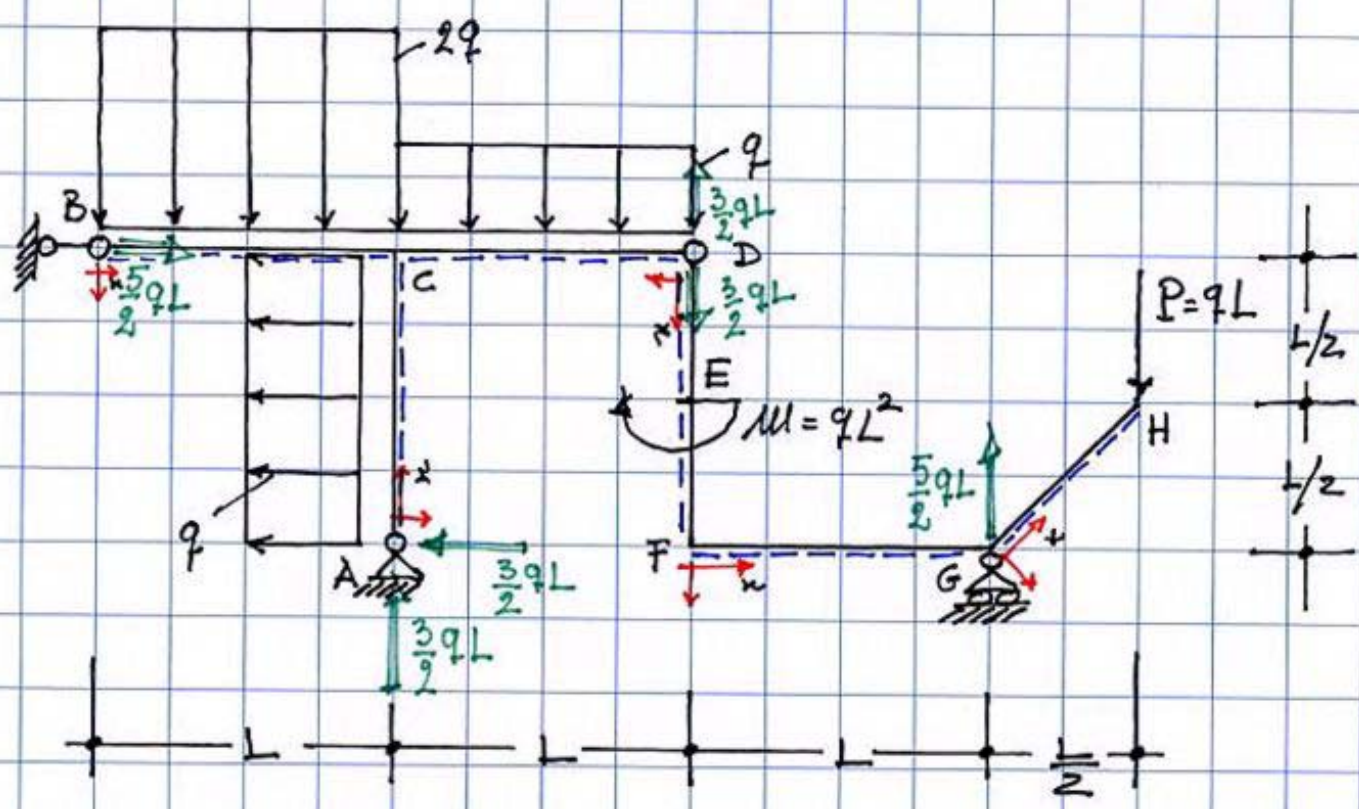


È facile verificare che i valori delle R_V determinati per via grafica coincidono con quelli valutati con metodo analitico.

Si ha in definitiva:



• DETERMINAZIONE DELLE CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE
 CS - (metodo della sezione ideale per il calcolo di
 $N(x)$, $T(x)$ ed $M(x)$).

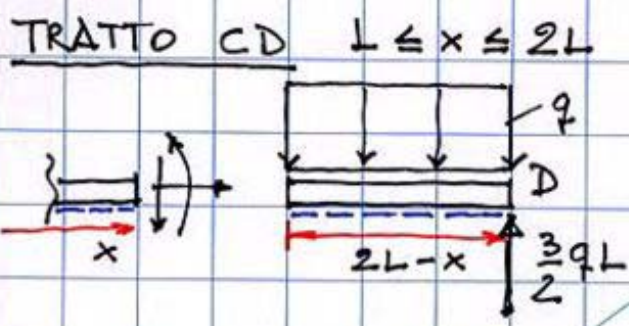


$$N(x) = -\frac{5}{2}qL; \quad T(x) = -2qx$$

$$M(x) = -\frac{2qx^2}{2}$$

$$\begin{cases} T_B = T(x)|_{x=0} = 0 \\ T_C = T(x)|_{x=L} = -2qL \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_B = M(x)|_{x=0} = 0; \quad M_C = M(x)|_{x=L} = -qL^2 \end{cases}$$



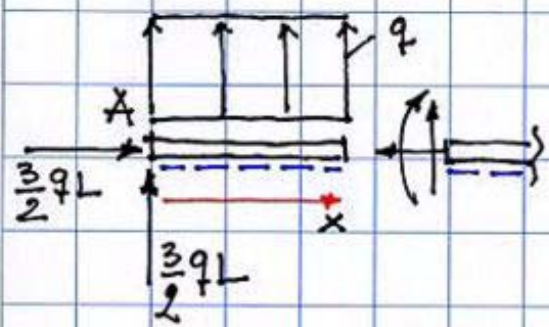
$$N(x) = 0; \quad T(x) = -\frac{3}{2}qL + q(2L-x)$$

$$M(x) = \frac{3}{2}qL(2L-x) - \frac{q(2L-x)^2}{2}$$

$$\begin{cases} T_C = T(x)|_{x=L} = -\frac{qL}{2} \\ T_D = T(x)|_{x=2L} = -\frac{3}{2}qL \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_C = M(x)|_{x=L} = qL^2 \\ M_D = M(x)|_{x=2L} = 0 \end{cases}$$

TRATTO AC $0 \leq x \leq L$



$$N(x) = -\frac{3}{2} qL ;$$

$$T(x) = \frac{3}{2} qL + qx$$

$$M(x) = \frac{3}{2} qLx + q \frac{x^2}{2}$$

$$\left\{ \begin{aligned} T_A = T(x) \Big|_{x=0} &= \frac{3}{2} qL \\ T_C = T(x) \Big|_{x=L} &= \frac{5}{2} qL \end{aligned} \right.$$

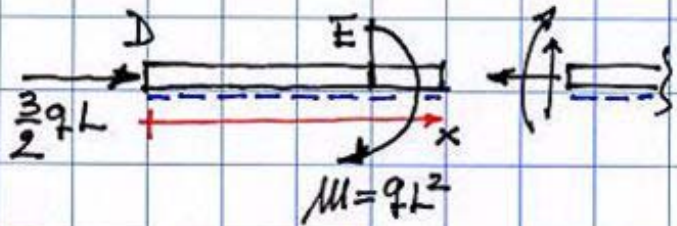
$$\left\{ \begin{aligned} M_A = M(x) \Big|_{x=0} &= 0 \\ M_C = M(x) \Big|_{x=L} &= 2qL^2 \end{aligned} \right.$$

TRATTO DE $0 \leq x \leq L/2$



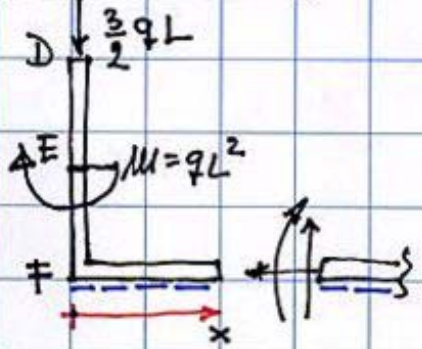
$$N(x) = -\frac{3}{2} qL ; T(x) = 0 ; M(x) = 0.$$

TRATTO EF $\frac{L}{2} \leq x \leq L$



$$N(x) = -\frac{3}{2} qL ; T(x) = 0 ; M(x) = qL^2$$

TRATTO FG $0 \leq x \leq L$

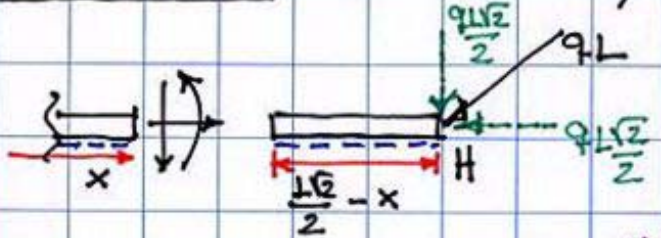


$$N(x) = 0 ; T(x) = -\frac{3}{2} qL ;$$

$$M(x) = M - \frac{3}{2} qLx = qL^2 - \frac{3}{2} qLx$$

$$\left\{ \begin{aligned} M_F = M(x) \Big|_{x=0} &= qL^2 \\ M_G = M(x) \Big|_{x=L} &= -\frac{qL^2}{2} \end{aligned} \right.$$

TRATTO GH $0 \leq x \leq L\sqrt{2}/2$

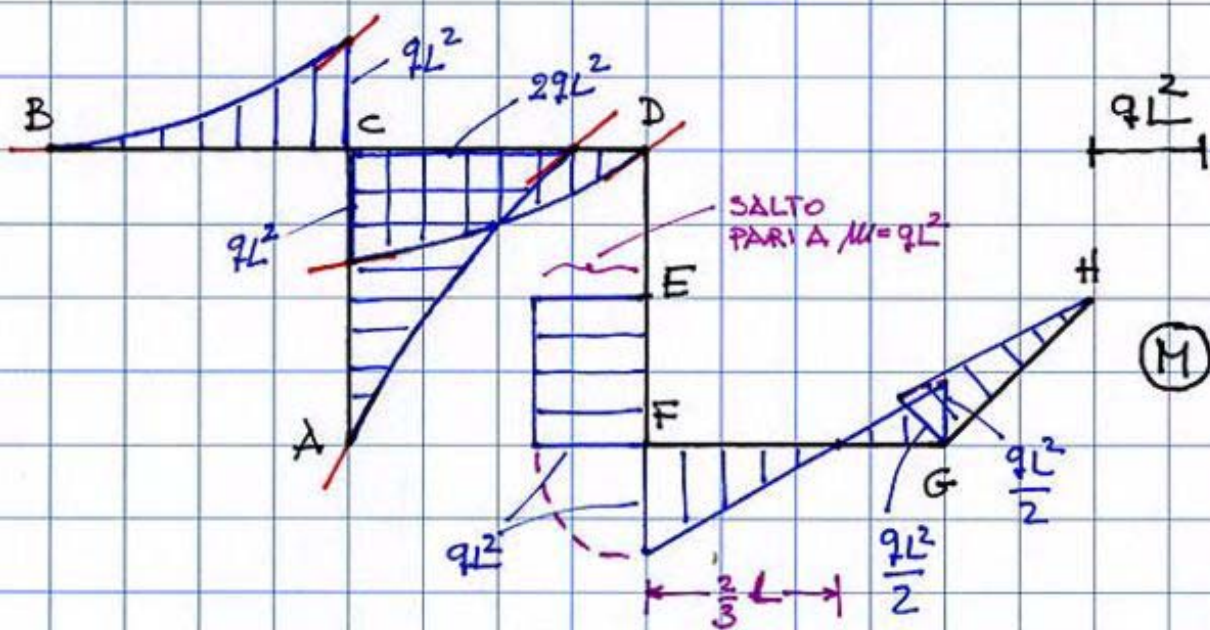
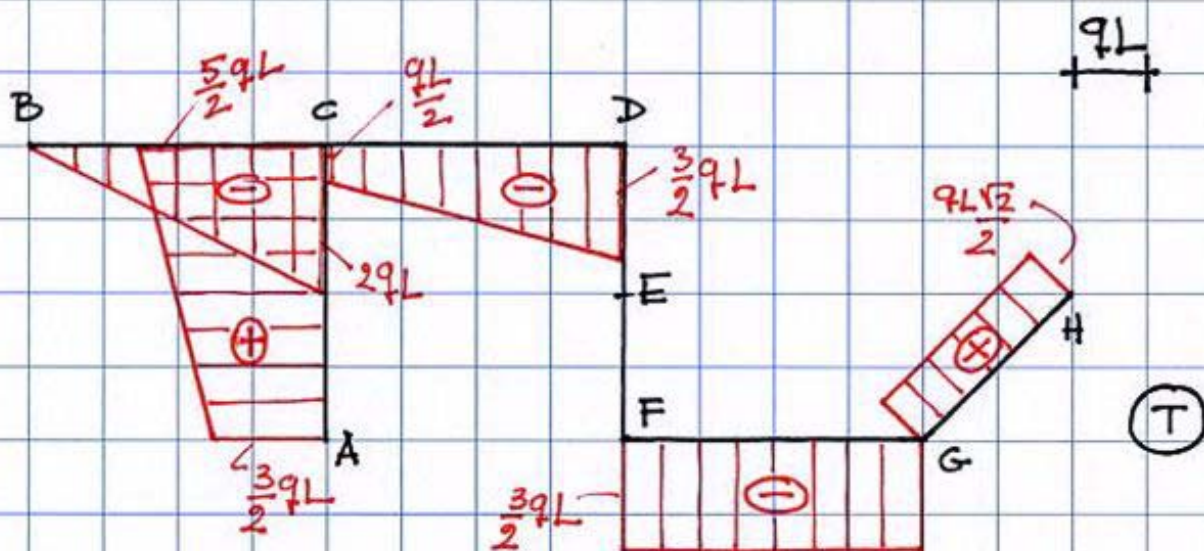
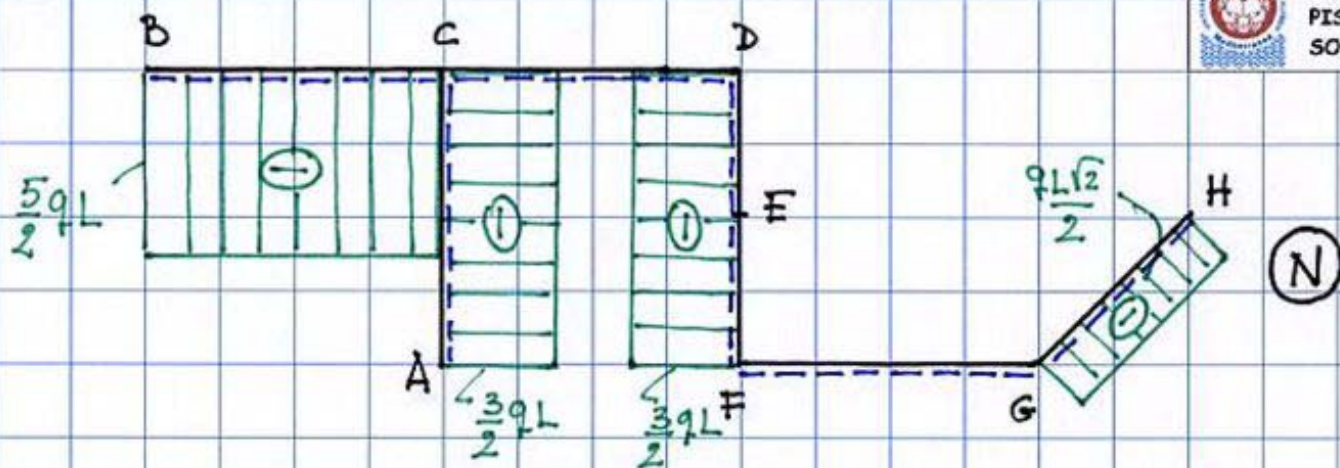


$$N(x) = -\frac{qL\sqrt{2}}{2} ; T(x) = \frac{qL\sqrt{2}}{2} ;$$

$$M(x) = -\frac{qL\sqrt{2}}{2} \left(\frac{L\sqrt{2}}{2} - x \right)$$

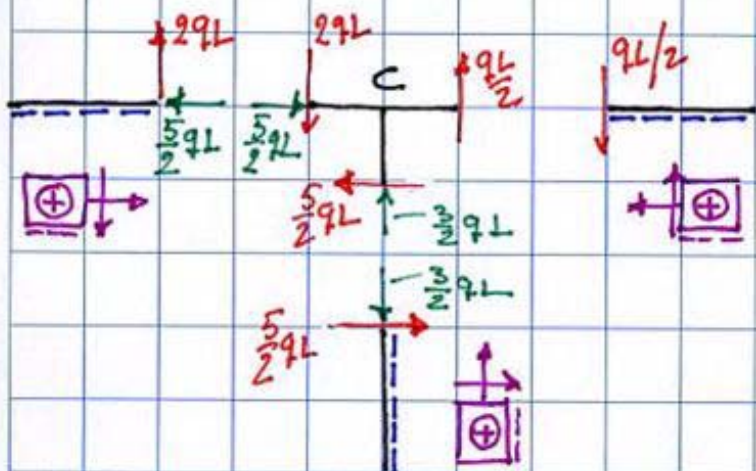
$$\left\{ \begin{aligned} M_G = M(x) \Big|_{x=0} &= -\frac{qL^2}{2} \\ M_H = M(x) \Big|_{x=L\sqrt{2}/2} &= 0 \end{aligned} \right.$$

CS - diagrammi



• VERIFICHE AL NODO TRIPLO C

- alla trazione (cfr. diagrammi N e T)



- alla rotazione (cfr. diagramma M)

