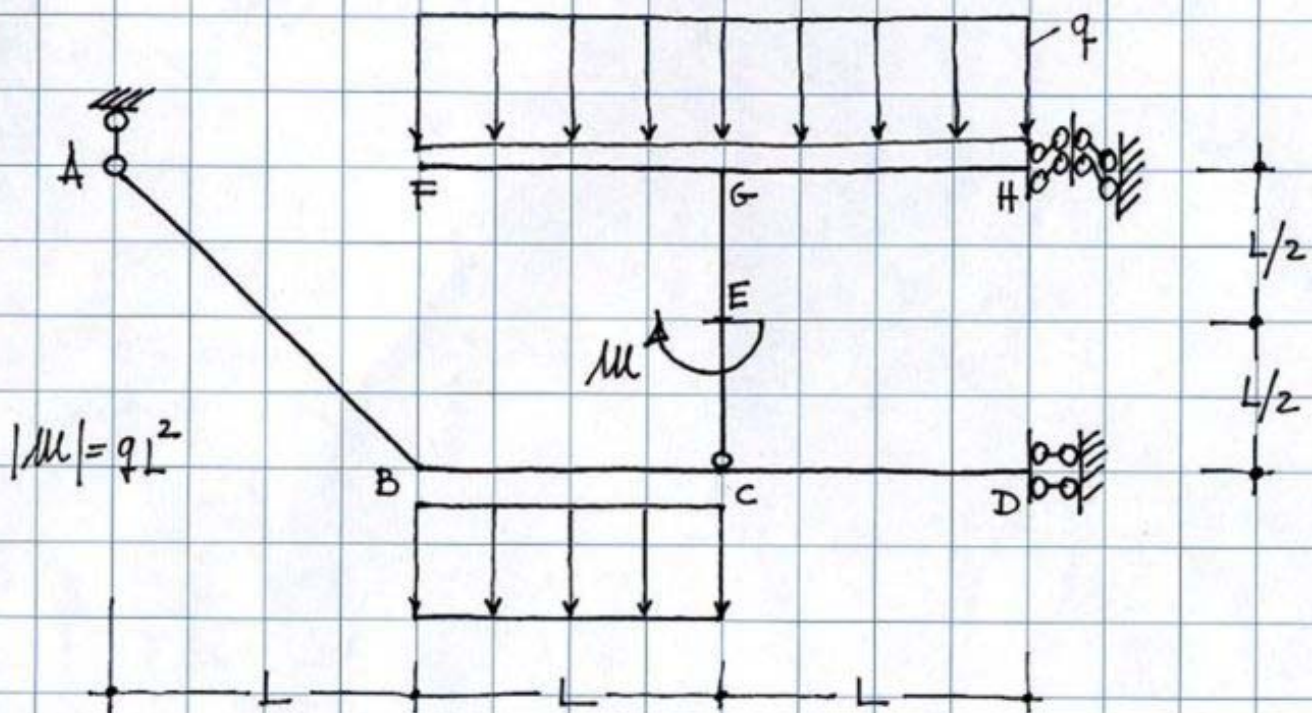


## ESERCIZIO #3

DETERMINARE LE REAZIONI VINCOLARI (RV), LE FUNZIONI CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE (CS) E I RELATIVI DIAGRAMMI PER LA STRUTTURA SEGUENTE:

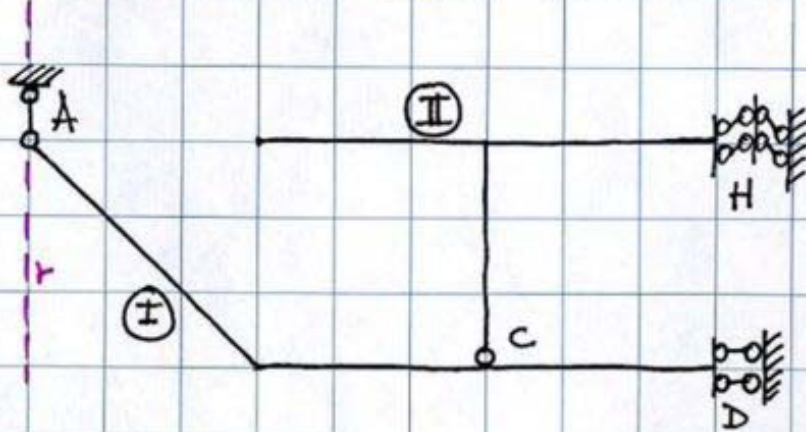


$$|M| = qL^2$$

- GRADO DI LABILITÀ APPARENTE

$$l = 3N - \mu_t = 3 \times 2 - (1 + 2 + 2 + 1) = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{C.N. per l'isostaticità ok!}$$

- EFFICACIA CINEMATICA VINCOLI



BIPENDELO D  $\Rightarrow C^I \equiv R_{\infty}$

PENDELO A  $\Rightarrow C^I \in r$

~~$C^I \Rightarrow I \in$~~   
 ISOSTATICO

CERNIERA INTERNA C  $\Rightarrow C^{II} \equiv C$

DOPIO BIPENDELO H  $\Rightarrow C^{II} \in \infty$

~~$C^{II} \Rightarrow$~~   
 ISOSTATICO

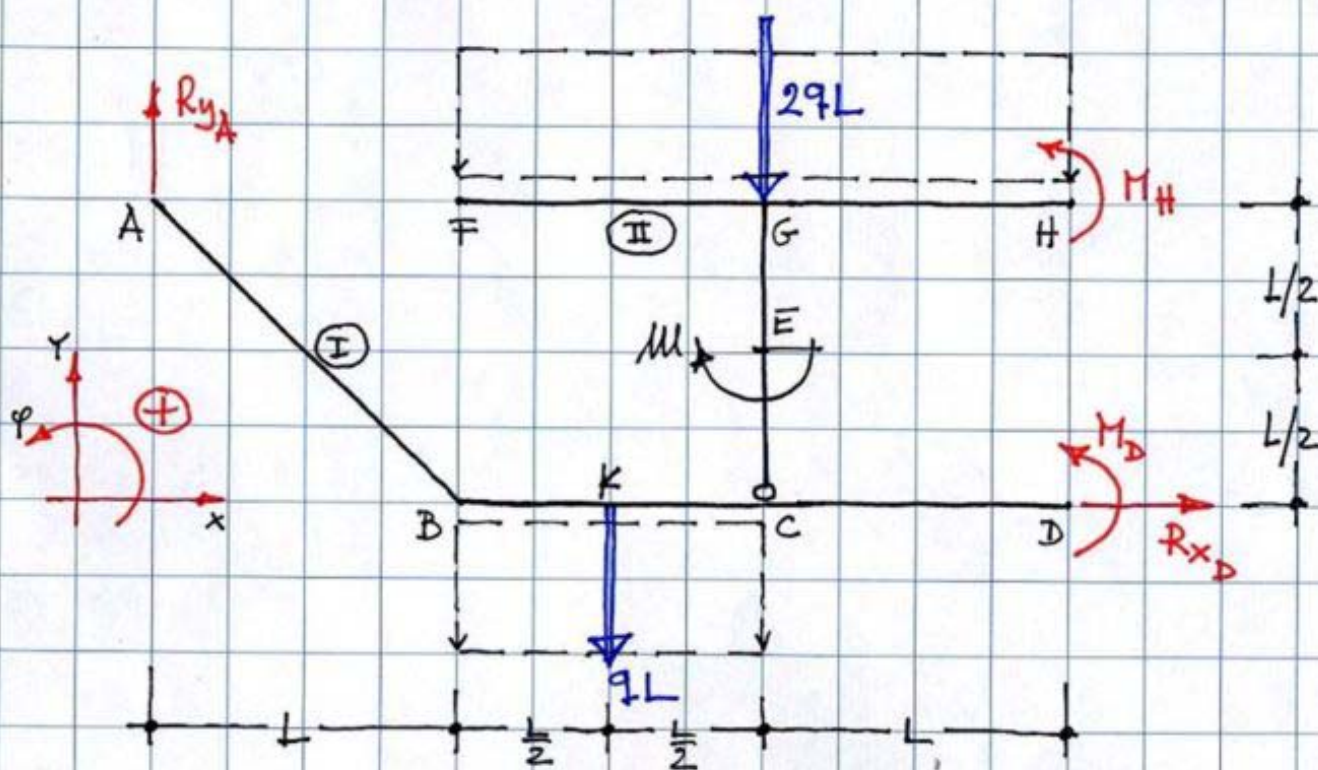


# • DETERMINAZIONE DELLE REAZIONI VINCOLARI (RV)

## RV- metodo analitico



1. Ai fini della valutazione delle RV i carichi distribuiti possono essere sostituiti con carichi concentrati equivalenti.
2. Si risolve il sistema in termini di reazioni vincolari esterne, a tal fine i vincoli esterni sono sostituiti dalle reazioni che essi sono potenzialmente in grado di esplicare - Tali reazioni si applicano con versi arbitrari.
3. Si hanno in questo caso 4 componenti di reazione incognite, si scrivono: 3 equazioni di equilibrio globale (riferite cioè all'intero sistema ignorando in questa fase la presenza della cerniera interna c); 1 equazione di equilibrio parziale, quest'ultima tenendo conto della funzione cinematica della cerniera interna c (in questo caso, per esempio, si impone che la porzione II non ruoti rispetto alla I).



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R_{x_D} = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_{y_A} - 2qL - qL = 0 \Rightarrow R_{y_A} = 3qL \quad (2)$$

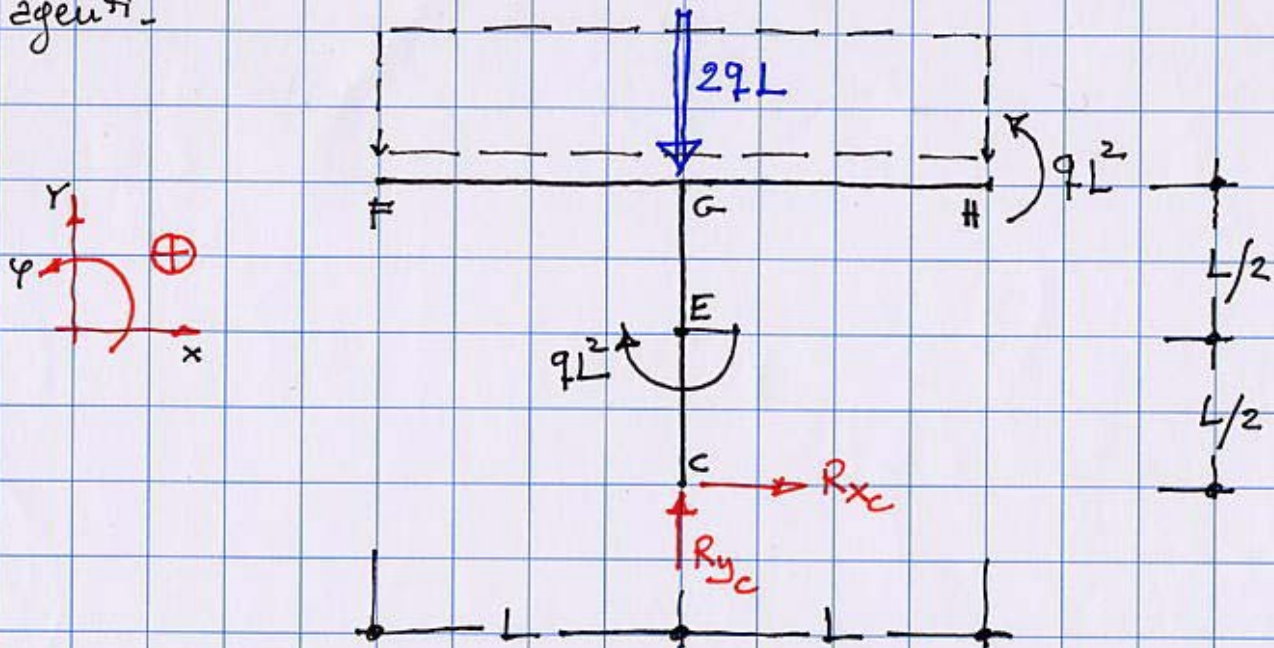


$$\sum M_c = 0 \rightarrow -R_{yA} \cdot 2L + qL \cdot \frac{L}{2} - M + M_H + M_D = 0 \rightarrow \boxed{M_D = \frac{11qL^2}{2}} \quad (4)$$

$$\sum M_c^{\text{II}} = 0 \rightarrow M_H - M = 0 \rightarrow \boxed{M_H = M = qL^2} \quad (3)$$

N.B.: ① = primo risultato; ② = secondo risultato; ③ = ...

4. Le componenti di reazione interna della cerniera int. C possono determinarsi imponendo l'equilibrio di ① o di ②. A tal fine, sostituendo la cerniera C con le reazioni che essa è in grado di esplicare, si impone l'equilibrio della porzione ② applicando su di essa le reazioni esterne note oltre, ovviamente, i cerchi agenti.



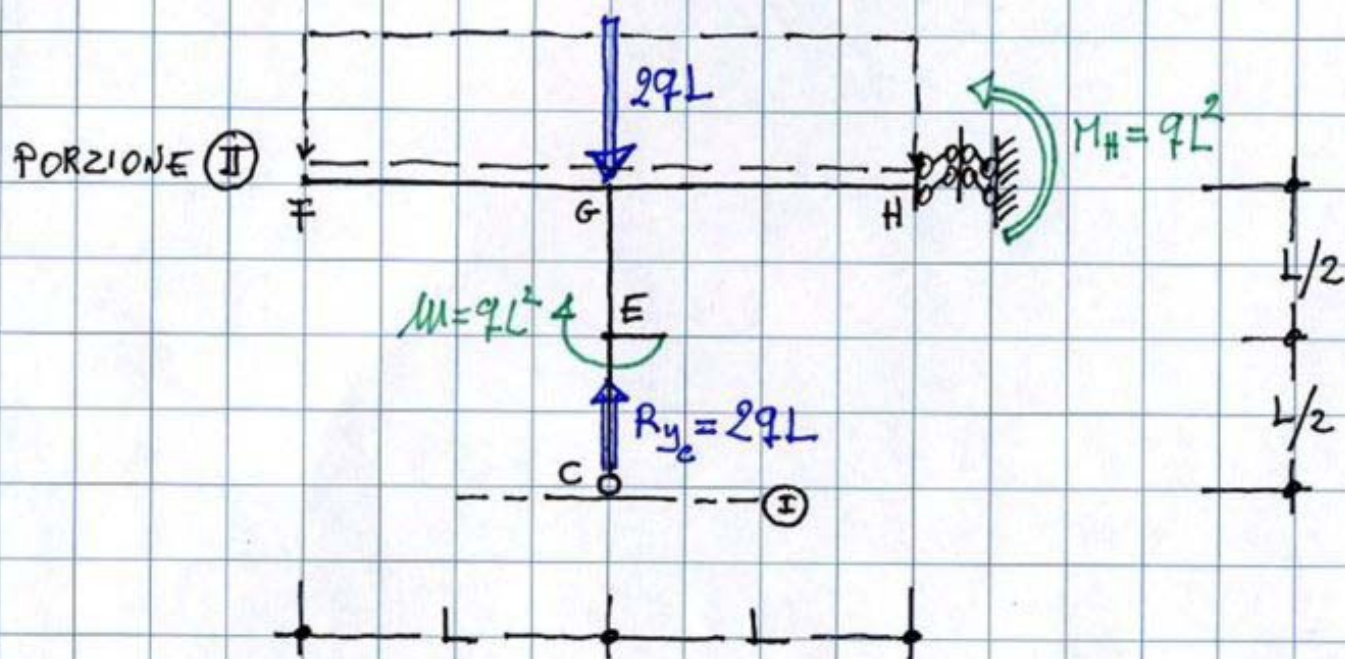
$$\sum F_x^{\text{I}} = 0 \rightarrow \boxed{R_{x_c} = 0}$$

$$\sum F_y^{\text{II}} = 0 \rightarrow R_{y_c} - 2qL = 0 \rightarrow \boxed{R_{y_c} = 2qL}$$



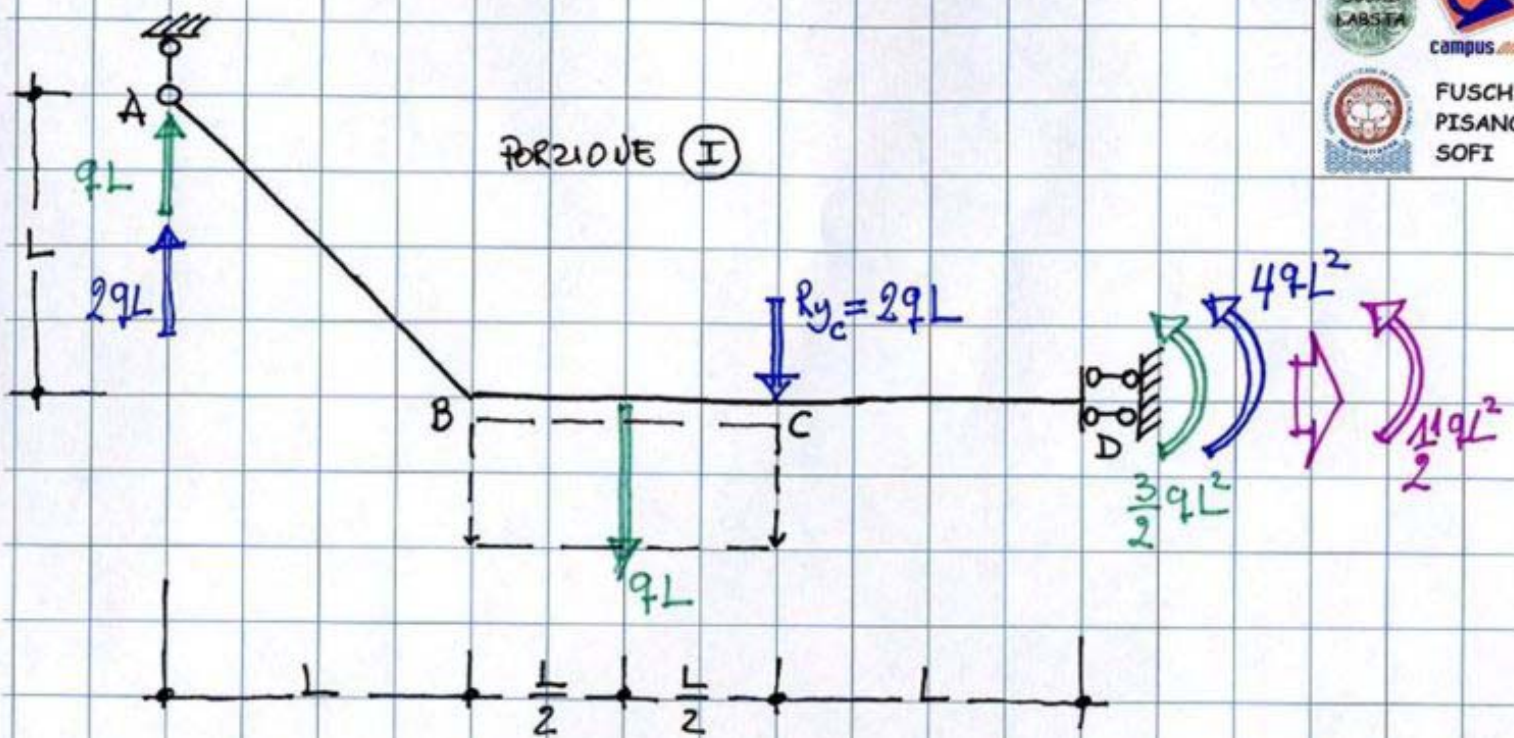
## RV - metodo grafico

1. Il sistema non è isostatico per vincoli esterni ( $\mu_e = 4$ ), tuttavia la porzione (II) è un "tetto isostatico" (per tale tetto risulta infatti  $\mu_e + \mu_i = 3$ ).
2. Si risolve (II) applicando il principio di sovrapposizione degli effetti. Ogni colore individua una singola condizione di carico e le aliquote di reazioni vincolari ad esse relative.



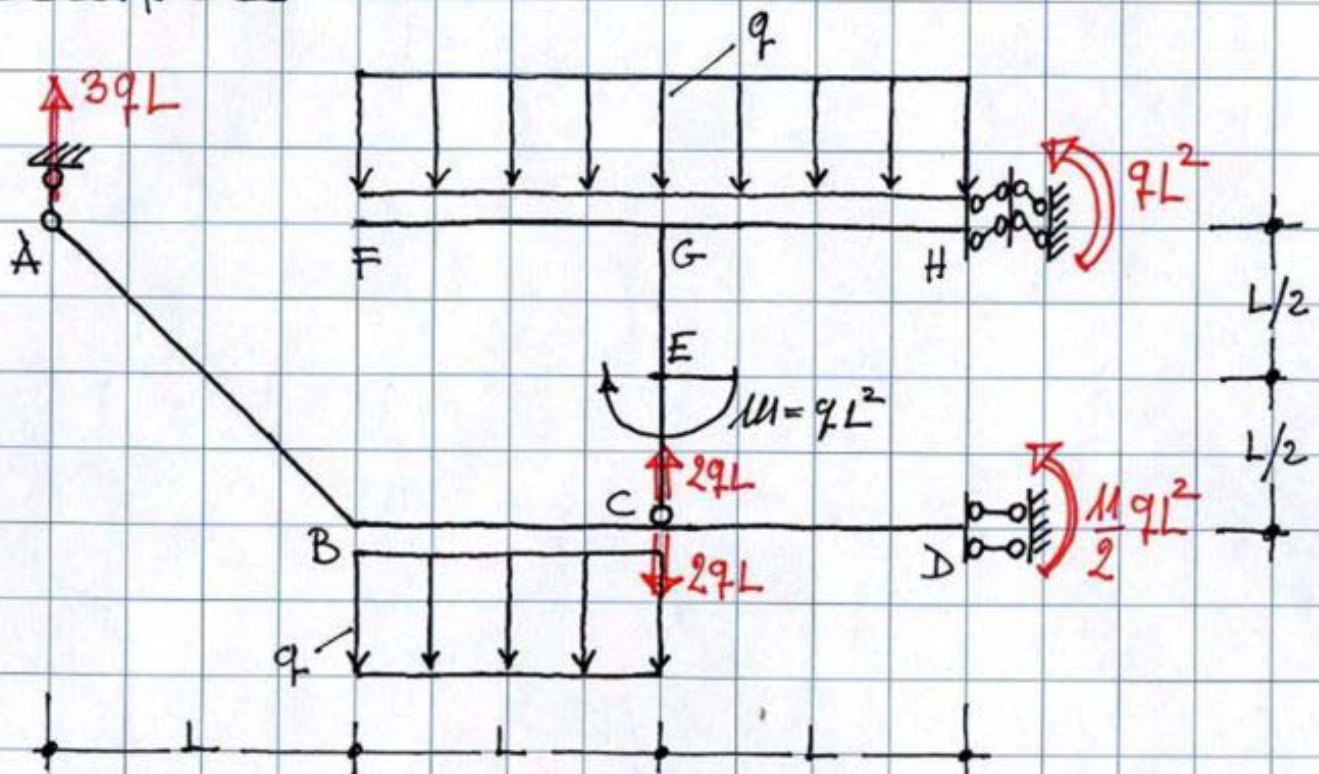
3. Si risolve (I) applicando ancora il principio di sovrapposizione degli effetti. La reazione  $R_{y_c}$  sul tratto (I) è nota essendo pari a  $2qL$  verso il basso, essa è infatti l'opposta di quella calcolata su (II). Anche in questo caso ogni colore individua una singola condizione di carico e le aliquote di reazioni vincolari ad esse relative.





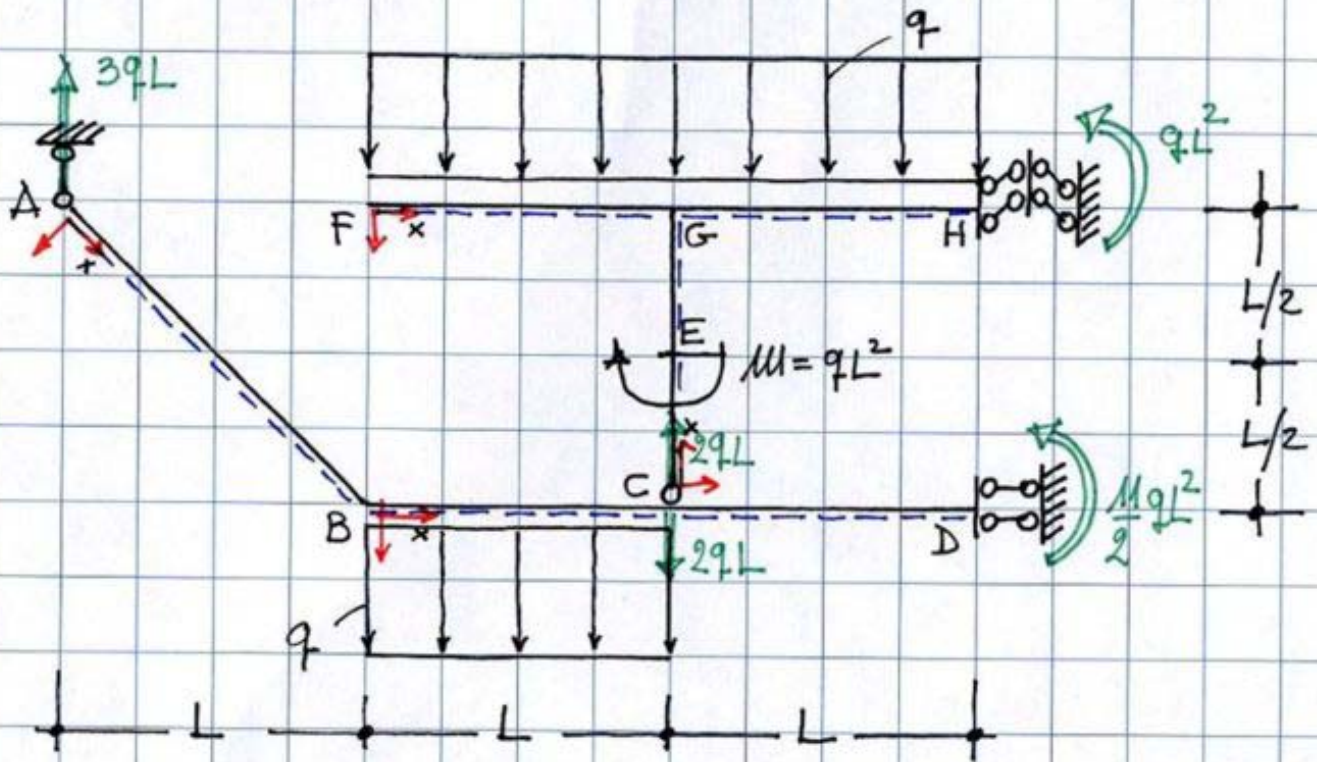
È facile verificare che i valori delle reazioni vincolari determinati per via grafica coincidono con quelli valutati per via analitica.

Si ha in definitiva:

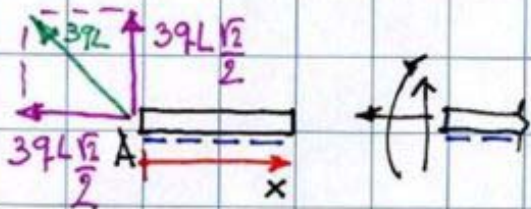




• DETERMINAZIONE DELLE CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE  
CS - metodo della sezione ideale per il calcolo di  
 $N(x)$ ,  $T(x)$  ed  $M(x)$ .



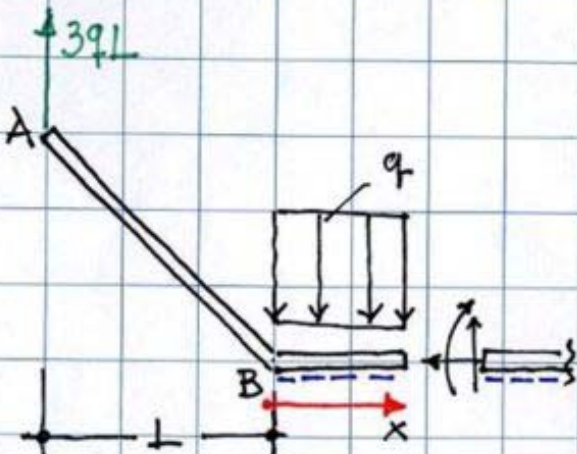
TRATTO AB  $0 \leq x \leq L\sqrt{2}$



$$N(x) = \frac{3}{2} qL\sqrt{2}; \quad T(x) = \frac{3}{2} qL\sqrt{2};$$

$$M(x) = \frac{3}{2} qL\sqrt{2} x \quad \left\{ \begin{array}{l} M_A = M(x)|_{x=0} = 0 \\ M_B = M(x)|_{x=L\sqrt{2}} = 3qL^2 \end{array} \right.$$

TRATTO BC  $0 \leq x \leq L$

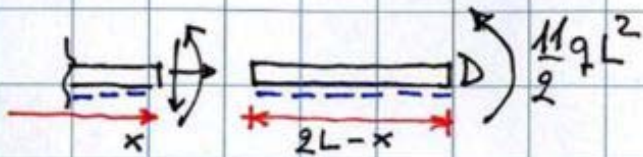


$$N(x) = 0; \quad T(x) = 3qL - qx \quad \left\{ \begin{array}{l} T_B = T(x)|_{x=0} = 3qL \\ T_C = T(x)|_{x=L} = 2qL \end{array} \right.$$

$$M(x) = 3qL(L+x) - \frac{qx^2}{2} \quad \left\{ \begin{array}{l} M_B = M(x)|_{x=0} = 3qL^2 \\ M_C = M(x)|_{x=L} = \frac{11}{2} qL^2 \end{array} \right.$$



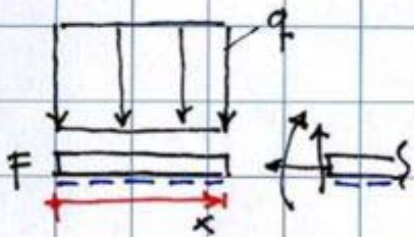
TRATTO CD  $L \leq x \leq 2L$



$$N(x) = 0; T(x) = 0;$$

$$M(x) = \frac{1}{2} q L^2$$

TRATTO FG  $0 \leq x \leq L$



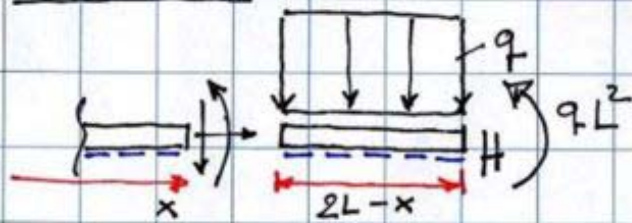
$$N(x) = 0; T(x) = -qx$$

$$M(x) = -q \frac{x^2}{2}$$

$$\left. \begin{aligned} T_F = T(x) \Big|_{x=0} &= 0 \\ T_G = T(x) \Big|_{x=L} &= -qL \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} M_F = M(x) \Big|_{x=0} &= 0 \\ M_G = M(x) \Big|_{x=L} &= -\frac{qL^2}{2} \end{aligned} \right\}$$

TRATTO GH  $L \leq x \leq 2L$



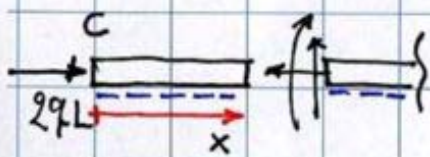
$$N(x) = 0; T(x) = q(2L - x)$$

$$M(x) = qL^2 - \frac{q}{2}(2L - x)^2$$

$$\left. \begin{aligned} T_G = T(x) \Big|_{x=L} &= qL \\ T_H = T(x) \Big|_{x=2L} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

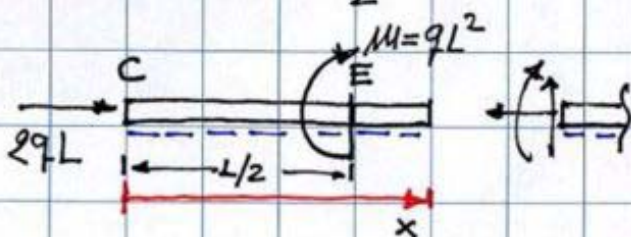
$$\left. \begin{aligned} M_G = M(x) \Big|_{x=L} &= \frac{qL^2}{2} \\ M_H = M(x) \Big|_{x=2L} &= qL^2 \end{aligned} \right\}$$

TRATTO CE  $0 \leq x \leq \frac{L}{2}$



$$N(x) = -2qL; T(x) = 0; M(x) = 0.$$

TRATTO EG  $\frac{L}{2} \leq x \leq L$

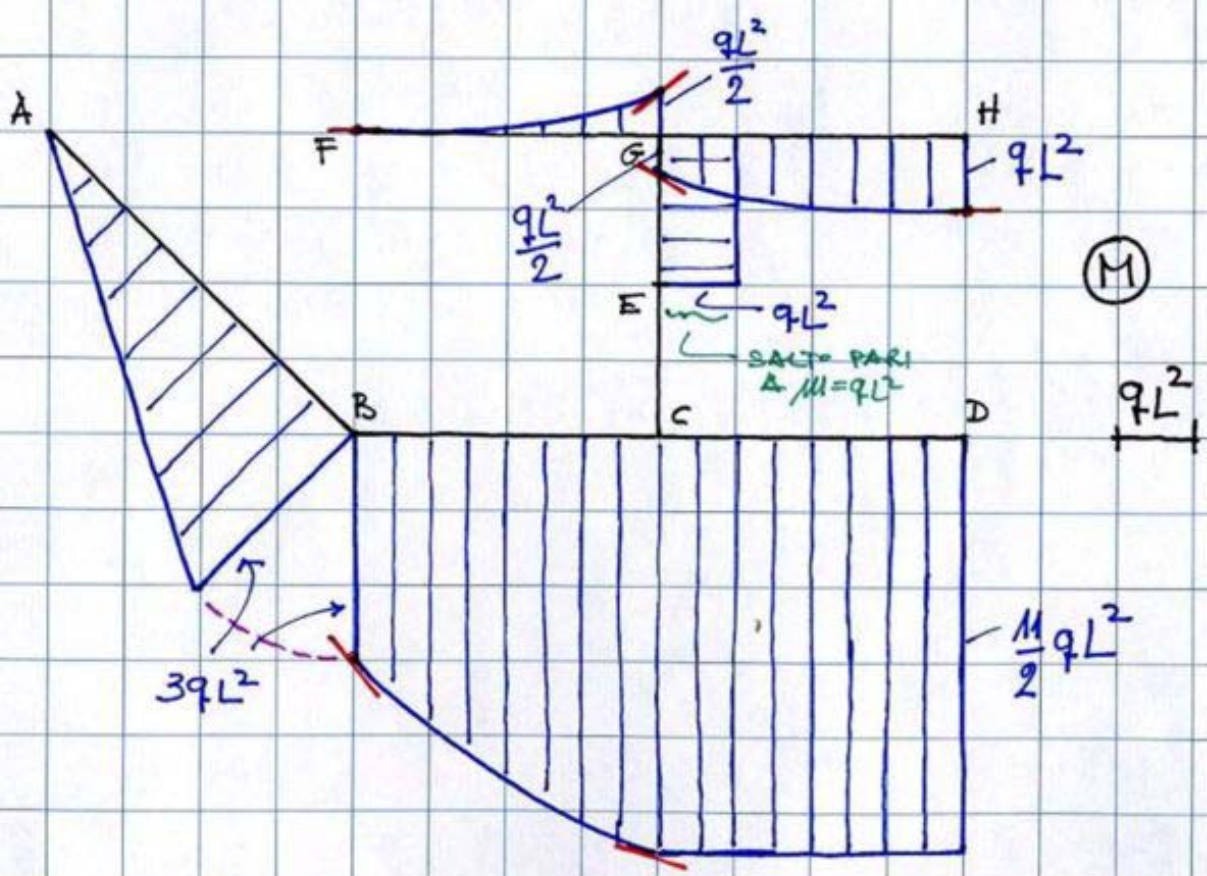
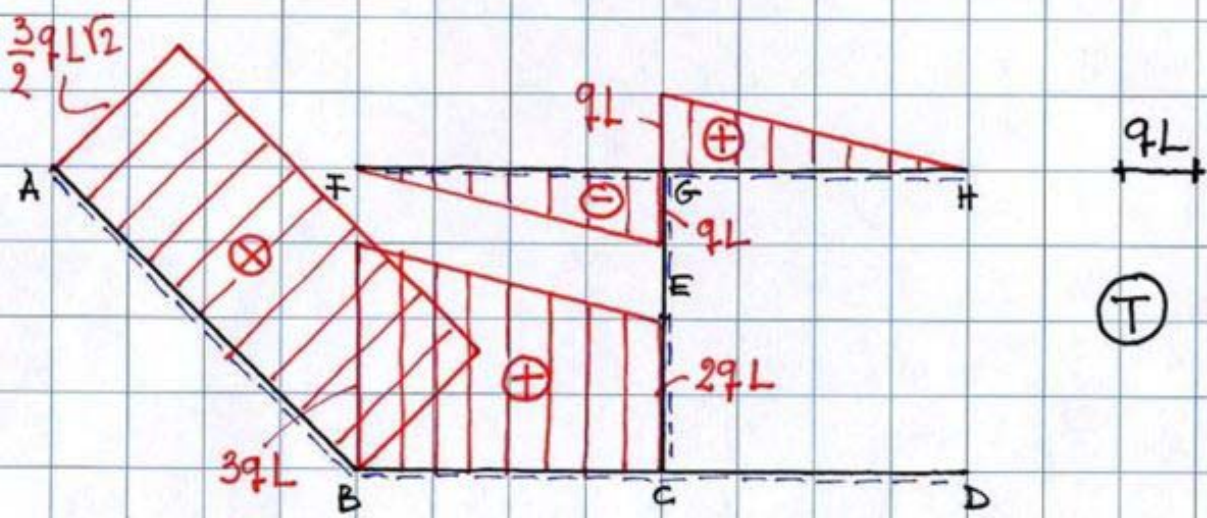
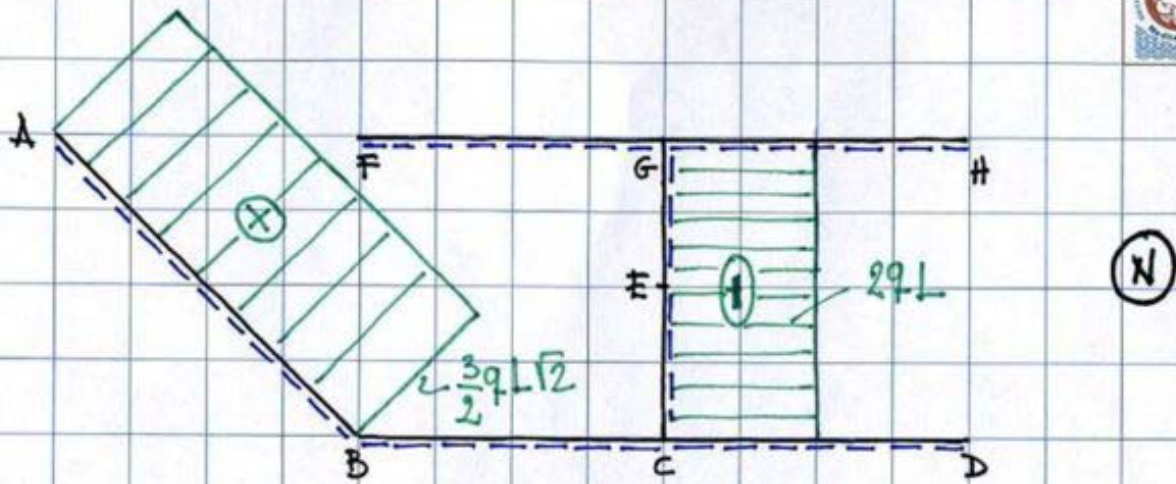


$$N(x) = -2qL; T(x) = 0;$$

$$M(x) = qL^2$$



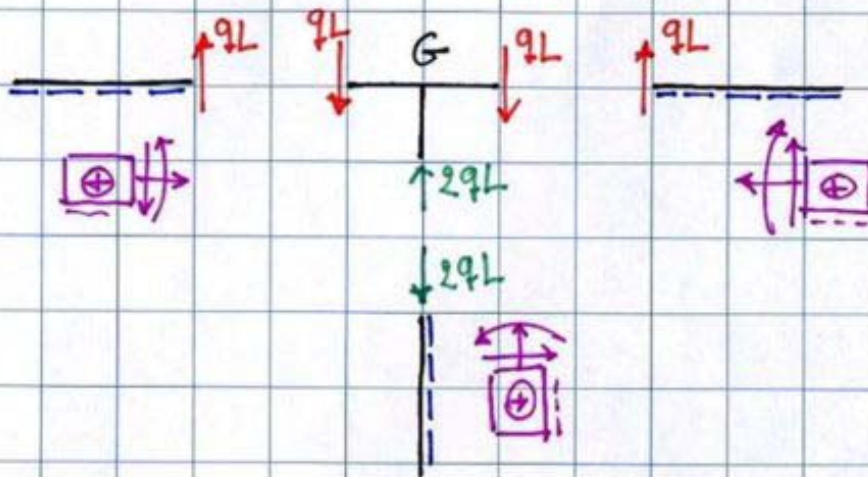
CS - diagrammi





• VERIFICHE AL NODO TRIPLO G

- alla trazione (cfr. diagrammi N & T)



- alla rotazione (cfr. diagrammi M)

