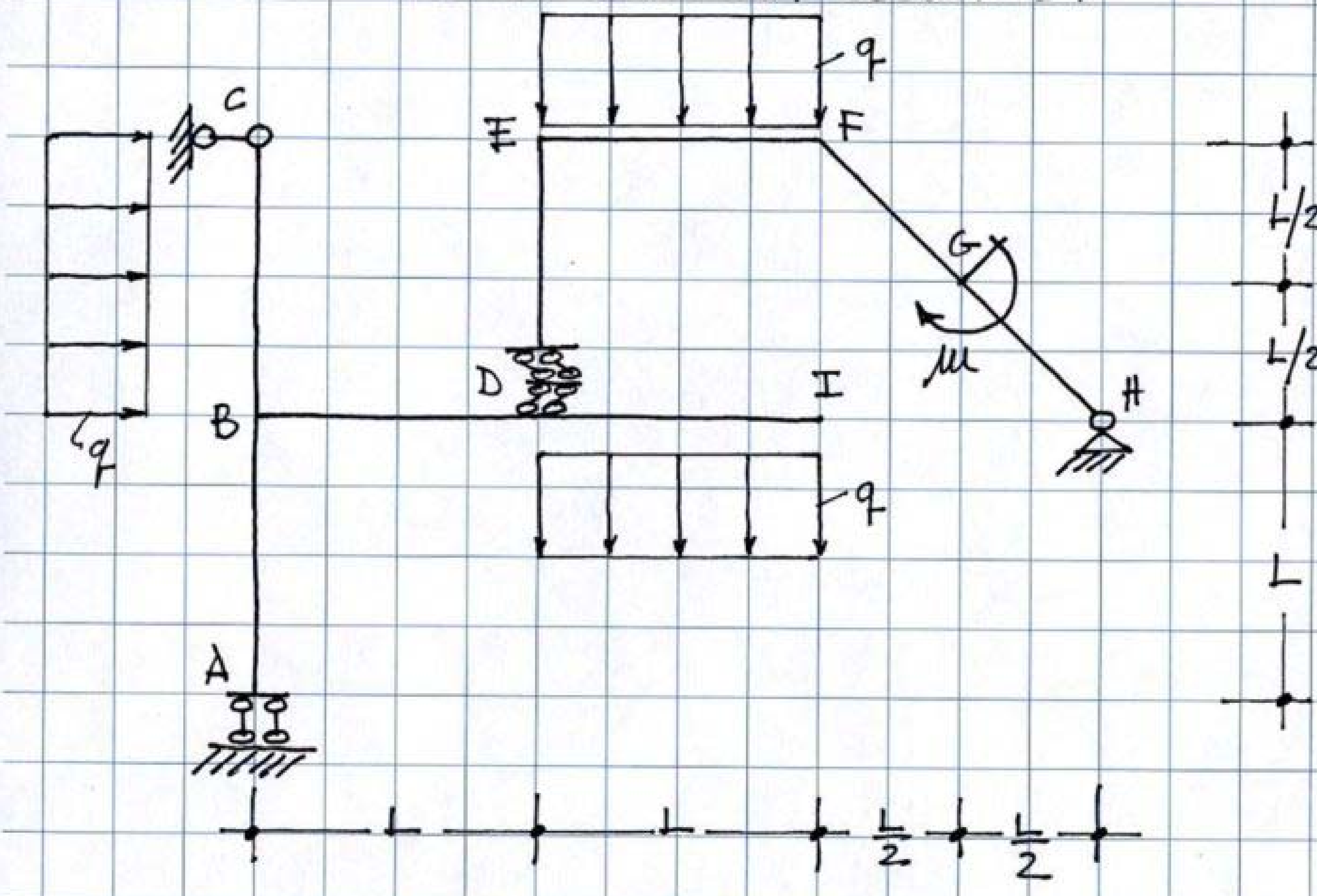
ESERCIZIO #6

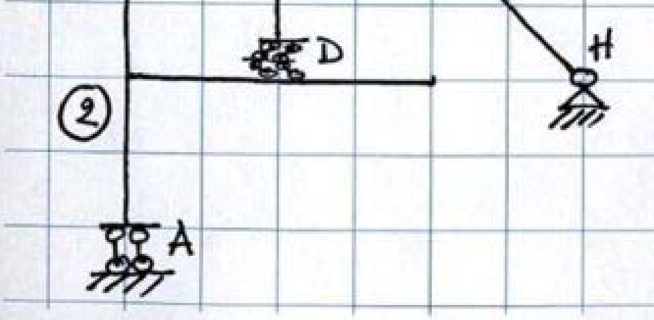
DETERMINARE LE REAZIONI VINCOLARI (RV), LE FUNZIONI CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE (CS) E I RELATIVI DIAGRAMMI PER LA STRUTTURA SEGUENTE:



- GRADO DI LABILITÀ APPARENTE

$$\ell = 3N - \mu_t = 3 \times 2 - (2 + 1 + 1 + 2) = 0 \Rightarrow$$ C.N. per l'isostaticità OK!

- EFFICACIA CINEMATICA VINCOLI



BIPENDOLO A $\Rightarrow C^{(2)} \equiv R_\infty \updownarrow$

PENDOLO C $\Rightarrow C^{(2)} \in r$

$\Rightarrow \nexists C^{(2)}$ centro assol. di ② che risulta isostatico

BI-DOPPIO PENDOLO D $\Rightarrow C^{(1)} \in r_\infty$

CERNIERA H $\Rightarrow C^{(1)} \equiv H$

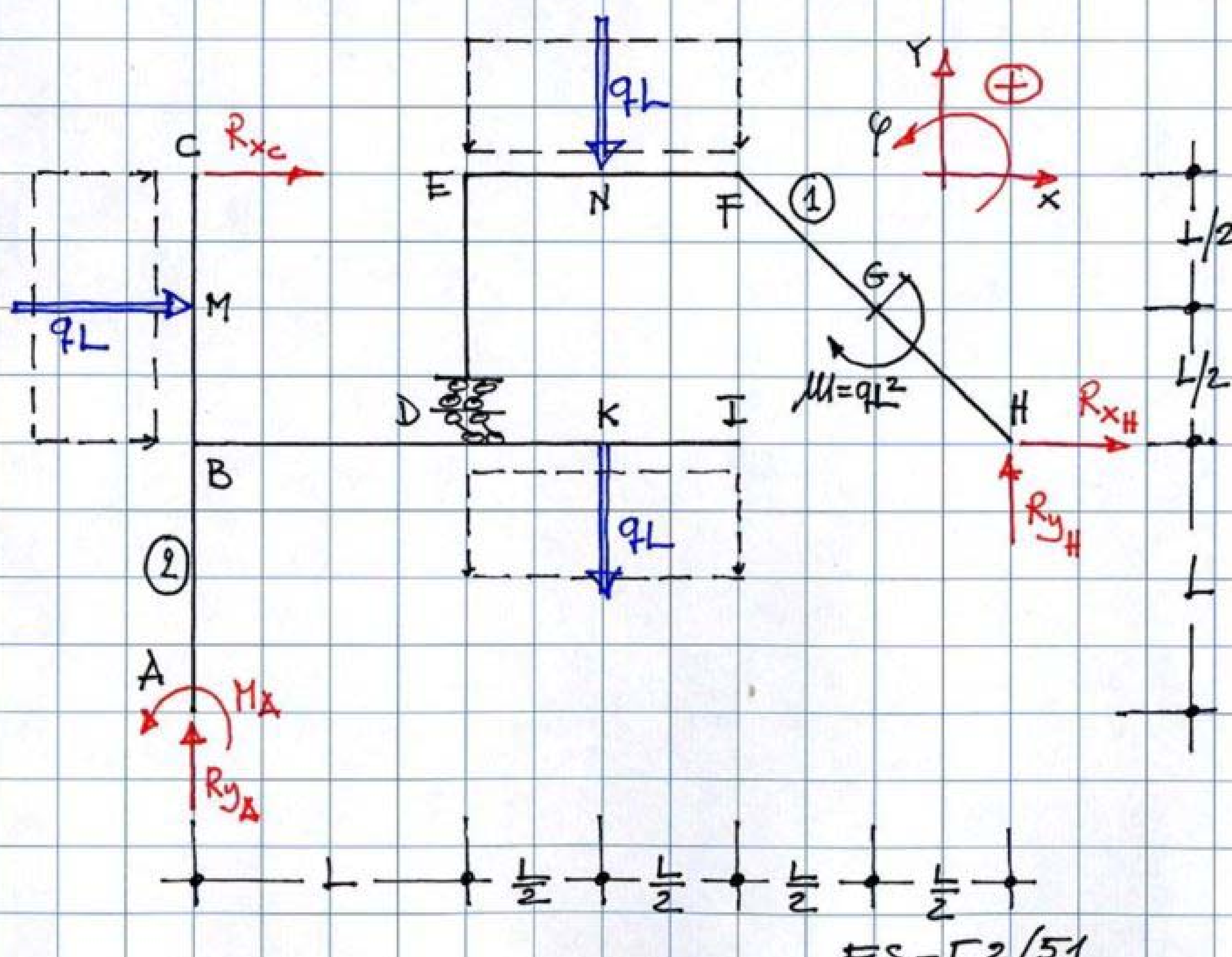
$\Rightarrow \nexists C^{(1)}$

Il sistema è quindi isostatico!

- DETERMINAZIONE DELLE REAZIONI VINCOLARI (RV)

RV- metodo analitico

1. Ai fini della valutazione delle RV i carichi distribuiti possono essere sostituiti con carichi concentrati equivalenti.
2. Si risolve il sistema in termini di reazioni vincolari esterne, a tal fine i vincoli esterni sono sostituiti dalle reazioni che essi sono potenzialmente in grado di esplicare. Tali reazioni si applicano con versi arbitrari.
3. Si hanno in questo caso 5 componenti di reazioni incognite, si scrivono: 3 equazioni di equilibrio globale (riferite cioè all'intero sistema ignorando la presenza del vincolo interno D); 2 equazioni di equilibrio parziale tenendo conto della funzione cinematica del doppio bipendolo interno D. Si impone, per esempio, che la porzione 1 non trasli rispetto alla 2.



FUSCHI
PISANO
SOFI

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow R_{x_C} + qL + R_{x_H} = 0 \rightarrow \boxed{R_{x_C} = -qL} \; ③ \; (*)$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow R_{y_A} - 2qL + R_{y_H} = 0 \rightarrow \boxed{R_{y_A} = qL} \; ④$$

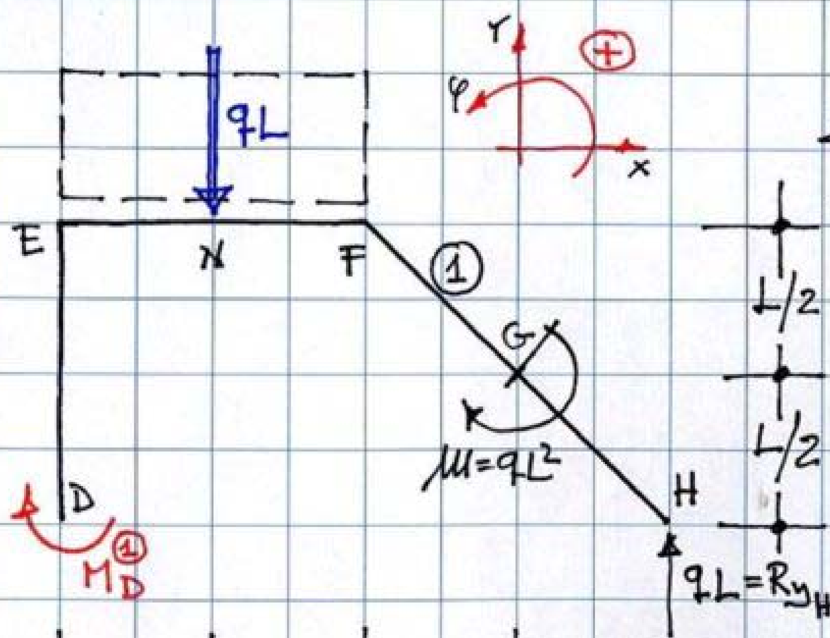
$$\Sigma M_K = 0 \rightarrow -R_{x_C} L - \frac{qL^2}{2} + M_A - R_{y_A} \cdot \frac{3}{2} L - \mathcal{M} + R_{y_H} \cdot \frac{3}{2} L = 0 \rightarrow \boxed{M_A = \frac{qL^2}{2}} \; ⑤$$

$$\Sigma F_x^{①} = 0 \rightarrow \boxed{R_{x_H} = 0} \; ①$$

$$\Sigma F_y^{①} = 0 \rightarrow R_{y_H} - qL = 0 \rightarrow \boxed{R_{y_H} = qL} \; ②$$

N.B. ① = primo risultato; ② = secondo risultato; ③ = ...
(*) Il valore calcolato è negativo ⇒ il verso effettivo della reazione è opposto a quello ipotizzato!

4. La reazione vincolare interna M_D può determinarsi imponendo l'equilibrio alla rotazione della porzione ① o della ② - Considerando la porzione ① soggetta ai carichi applicati e alle reazioni R_{y_H} ed R_{x_H} ormai note può scriversi:



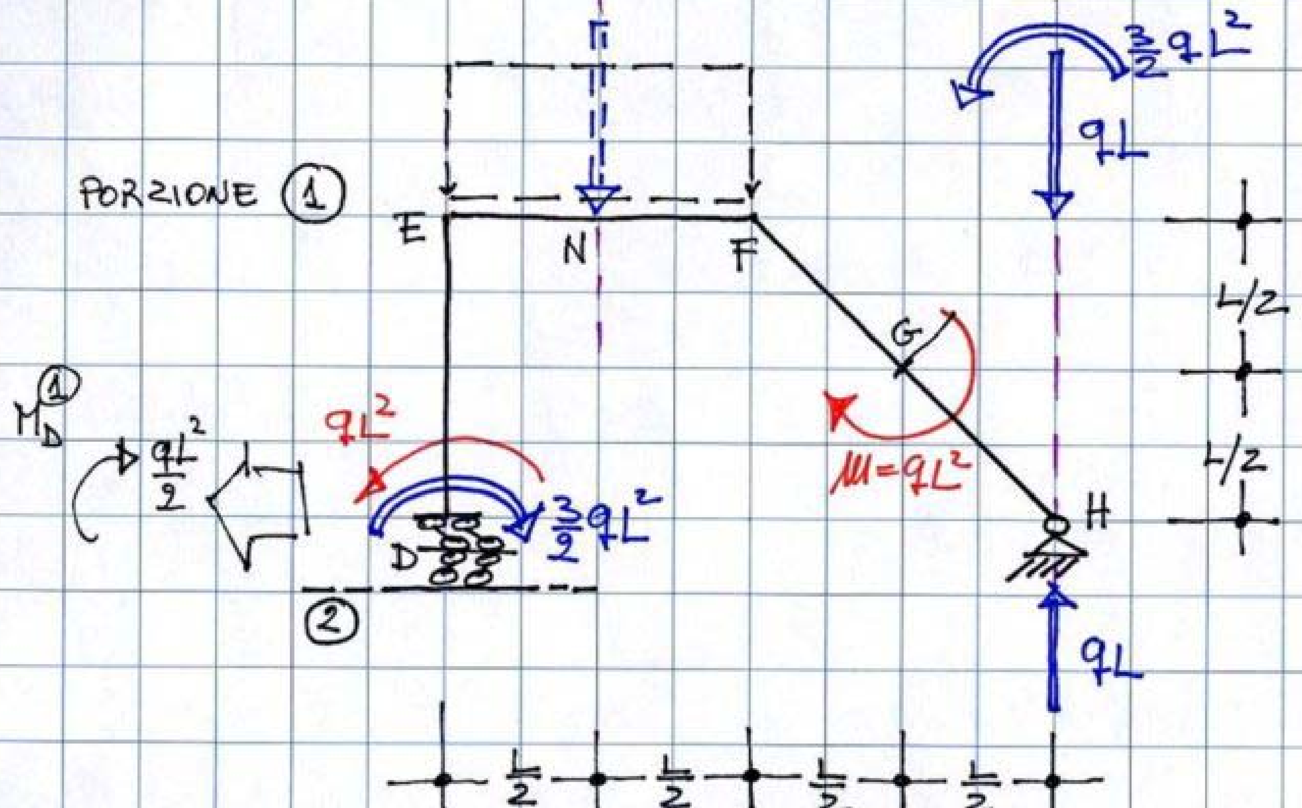
$$\Sigma M_H^{①} = 0 \rightarrow -M_D + qL \cdot \frac{3}{2} L - \mathcal{M} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{M_D^{①} = \frac{qL^2}{2}}$$

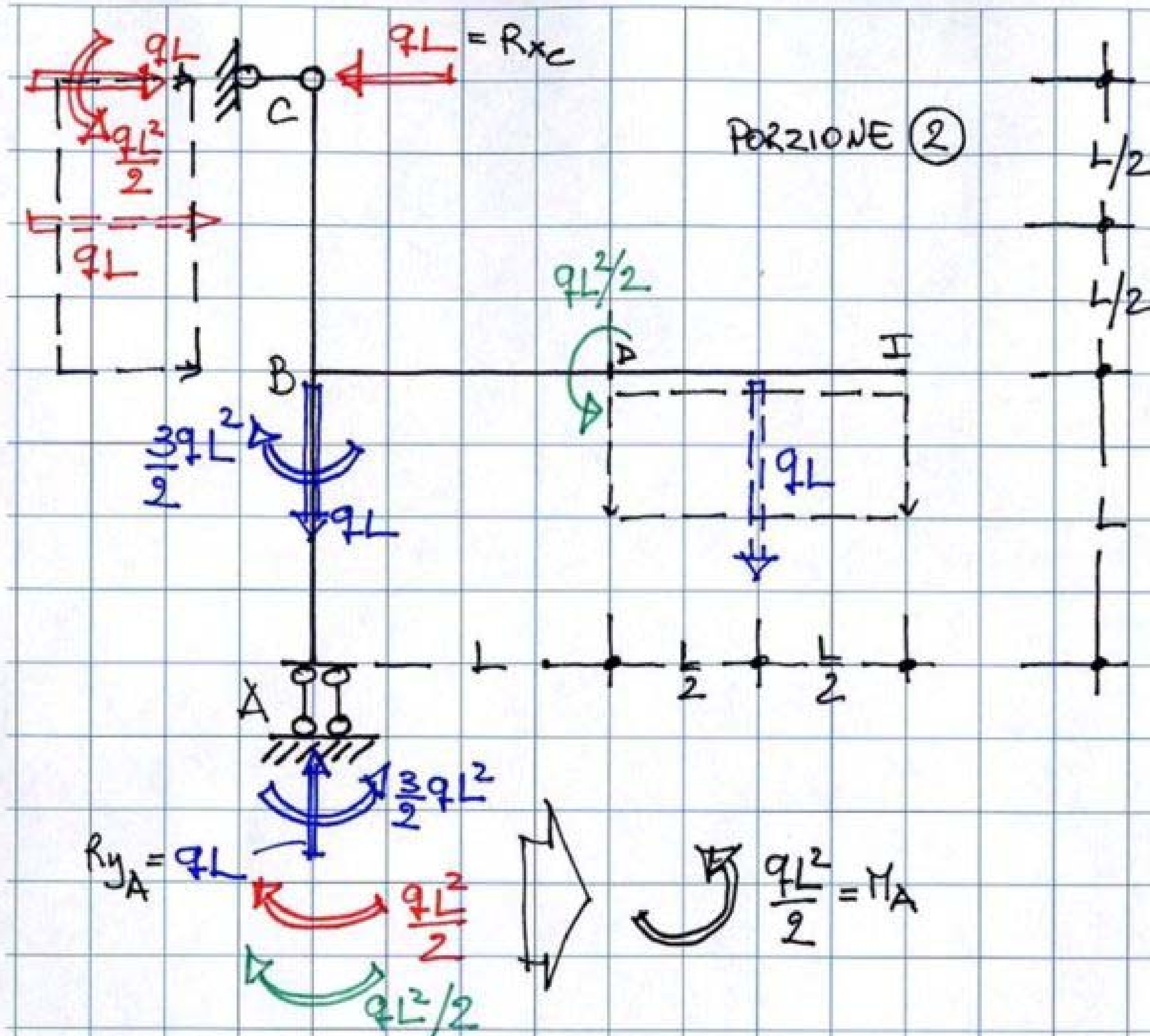
RV- metodo grafico

1. Il sistema non è isostatico per vincoli esterni ($\mu_e = 5$), tuttavia la porzione ① è un "tratto isostatico" (per tale tratto risulta $\mu_e + \mu_i = 3$).
2. Si risolve ① applicando il principio di sovrapposizione degli effetti, valutando cioè separatamente le reazioni in H e in D per effetto della coppia $\mathcal{M}$ e del carico qL in N. Quest'ultimo è traslato sulla verticale per H applicando una coppia di trasporto $qL \times \frac{3}{2}L$ e ciò per comodità. Ogni colore individua una singola condizione di carico e le aliquote di reazioni vincolari ad essa relative.



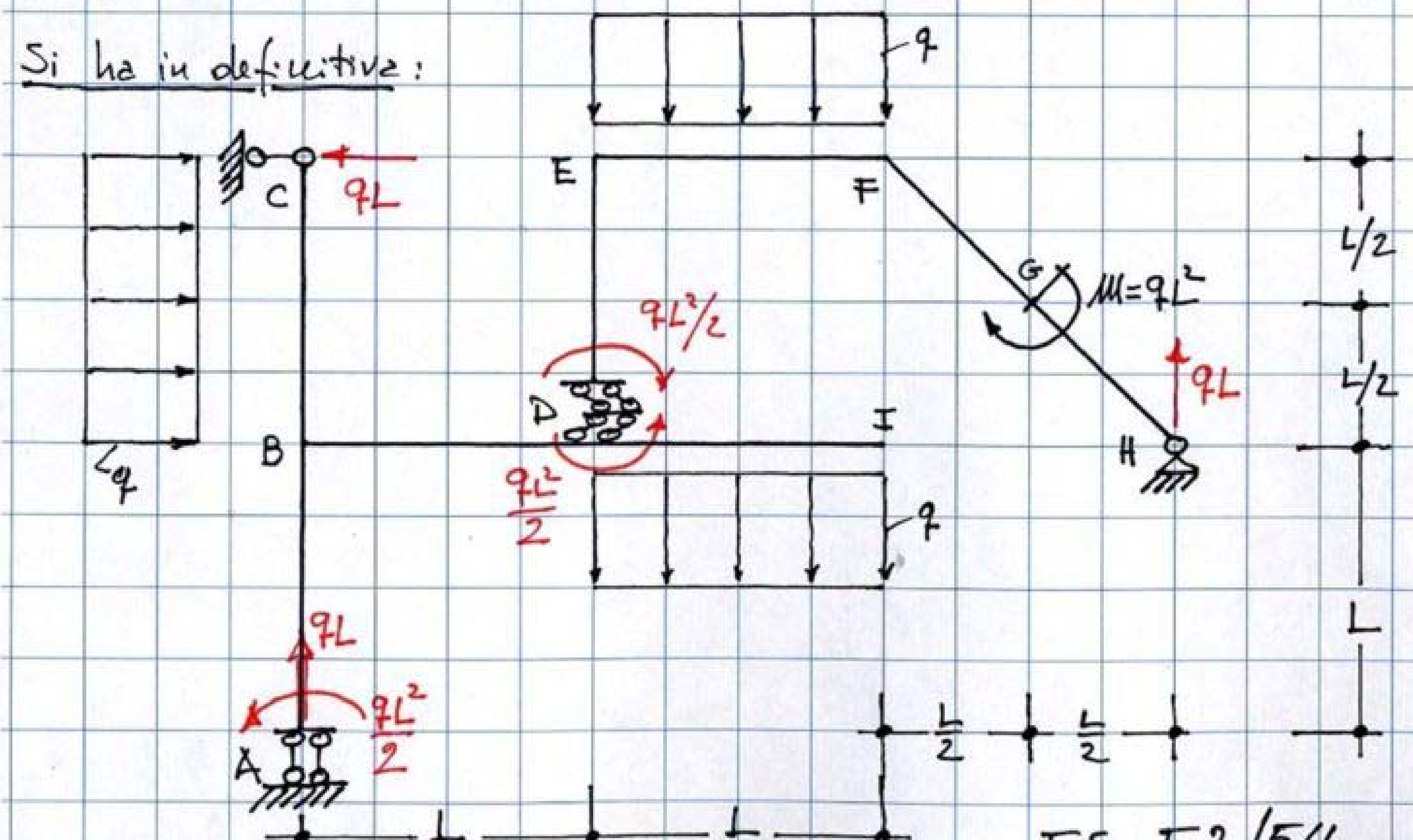
3. Si risolve ② applicando ancora il principio di sovrapposizione degli effetti (la reazione del doppio bipendolo su ②, $M_D^{(2)}$, è ovviamente nota essendo opposta a quella prima calcolata). I carichi concentrati qL in K e qL in M sono traslati opportunamente per facilitare la determinazione grafica delle reazioni.

FUSCHI
PISANO
SOFI



È facile verificare che i valori determinati per via grafica coincidono con quelli ottenuti con il metodo analitico_

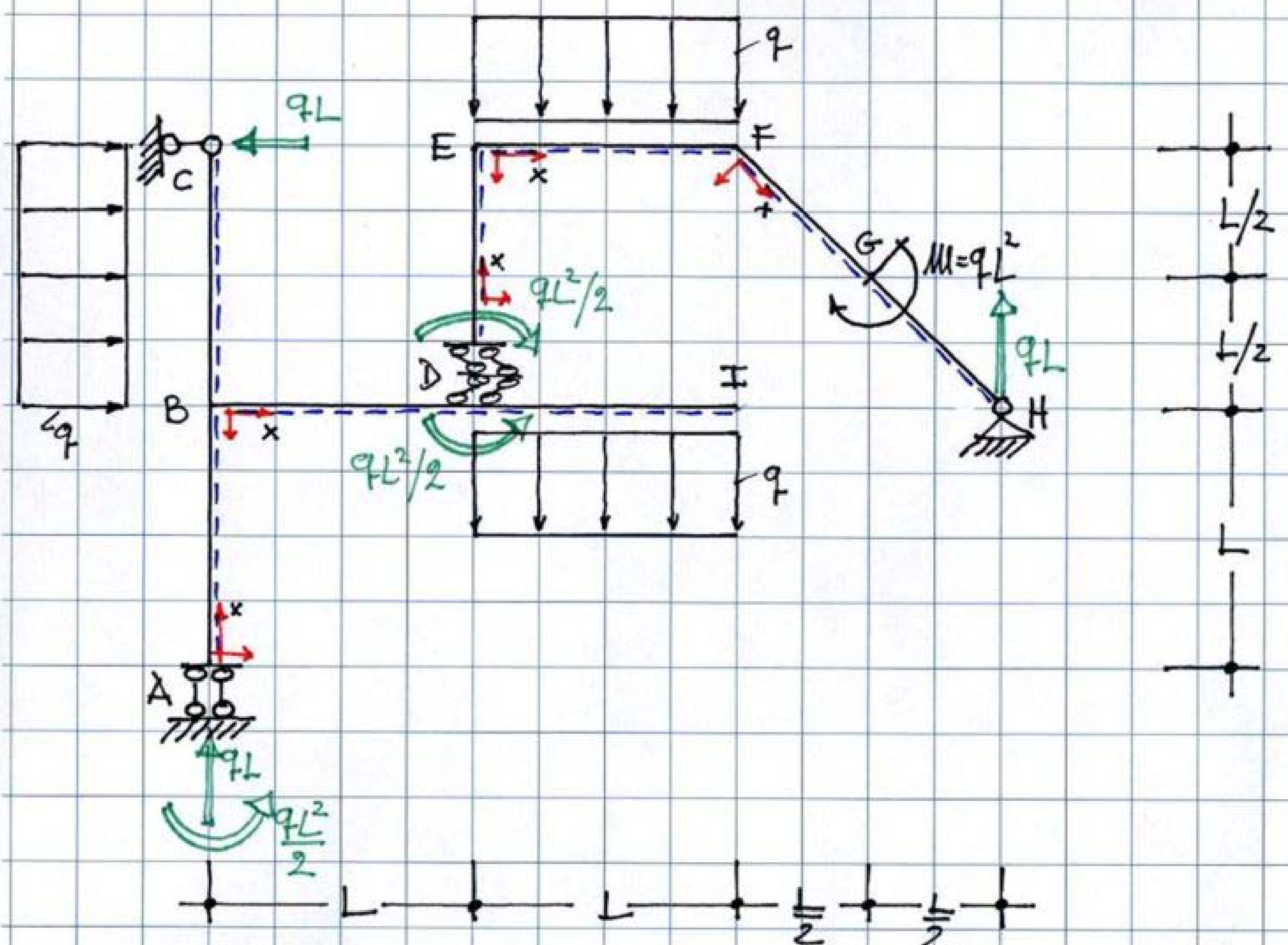
<u>Si ha in definitiva:</u>



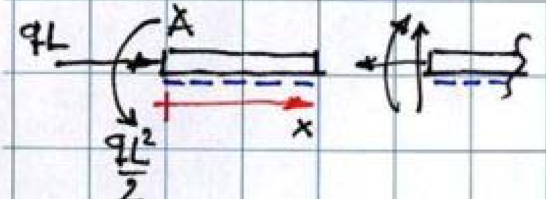
FUSCHI
PISANO
SOFI

• DETERMINAZIONE DELLE CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE

CS- metodo della sezione ideale per il calcolo di $N(x)$, $T(x)$ ed $M(x)$.

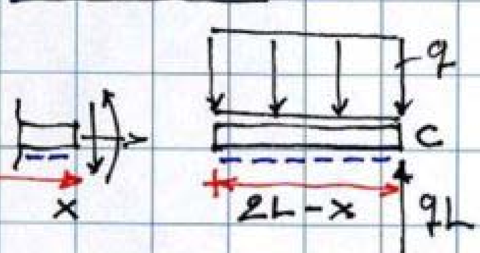


TRATTO AB $\quad 0 \le x \le L$



$$N(x) = -qL \,;\; T(x) = 0 \,;\; M(x) = -\frac{qL^2}{2}$$

TRATTO BC $\quad L \le x \le 2L$



$$T(x) = -qL + q(2L-x)$$

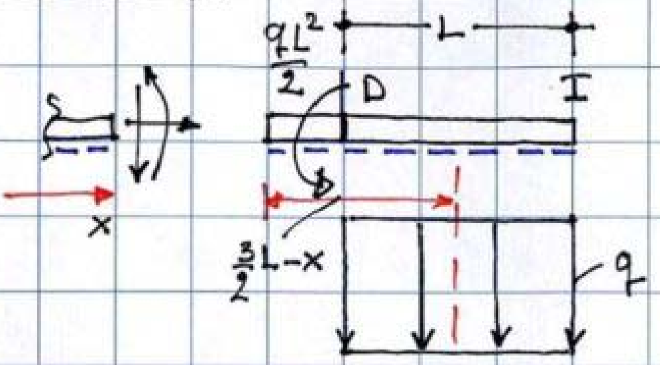
$$\hookrightarrow \begin{cases} T_B = T(x)|_{x=L} = 0 \\ T_C = T(x)|_{x=2L} = -qL \end{cases}$$

$N(x) = 0$;

$$M(x) = qL(2L-x) - q\frac{(2L-x)^2}{2}$$

$$\hookrightarrow \begin{cases} M_B = M(x)|_{x=L} = \frac{qL^2}{2} \\ M_C = M(x)|_{x=2L} = 0 \end{cases}$$

TRATTO BD $\quad 0 \le x \le L$

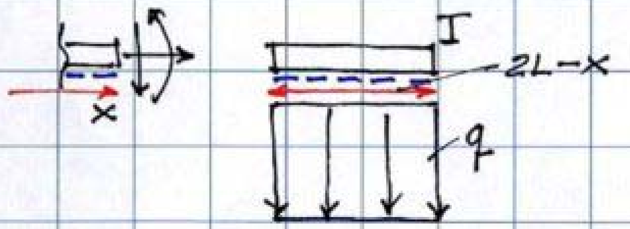


$N(x) = 0; \quad T(x) = qL;$

$M(x) = \dfrac{qL^2}{2} - qL\left(\dfrac{3}{2}L - x\right)$

$$\begin{cases} M_B = M(x)\big|_{x=0} = -qL^2 \\ M_D = M(x)\big|_{x=L} = 0 \end{cases}$$

TRATTO DI $\quad L \le x \le 2L$



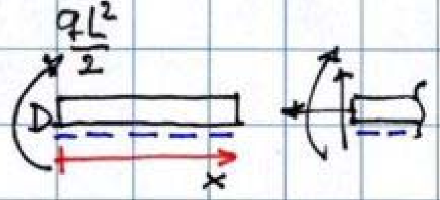
$N(x) = 0; \quad T(x) = q(2L - x)$

$$\begin{cases} T_D = T(x)\big|_{x=L} = qL \\ T_I = T(x)\big|_{x=2L} = 0 \end{cases}$$

$M(x) = -\dfrac{q}{2}(2L - x)^2$

$$\begin{cases} M_D = M(x)\big|_{x=L} = -\dfrac{qL^2}{2} \\ M_I = M(x)\big|_{x=2L} = 0 \end{cases}$$

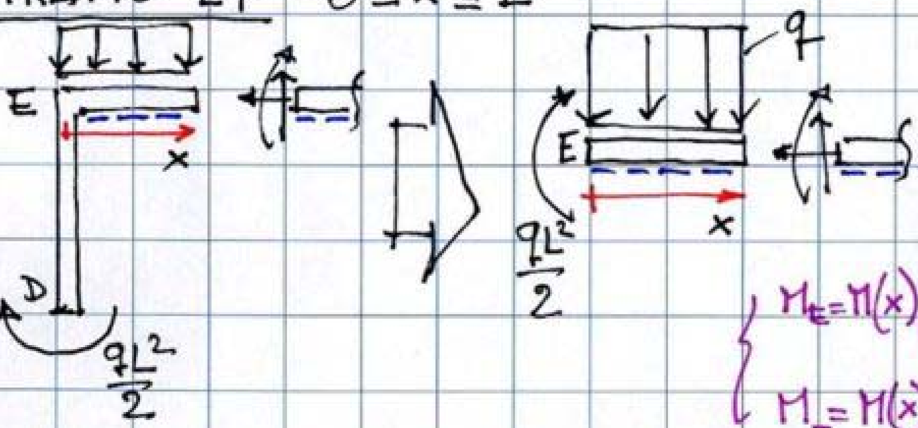
TRATTO DE $\quad 0 \le x \le L$



$N(x) = 0; \quad T(x) = 0;$

$M(x) = \dfrac{qL^2}{2}$

TRATTO EF $\quad 0 \le x \le L$



$N(x) = 0;$

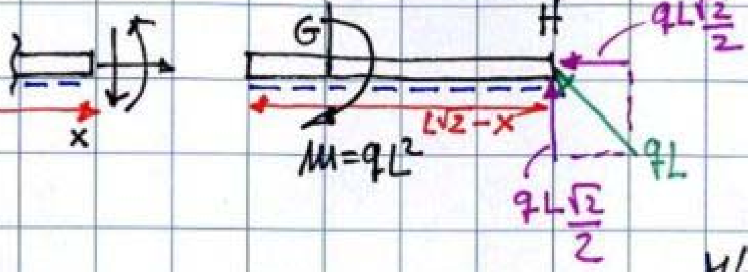
$$\begin{cases} T_E = T(x)\big|_{x=0} = 0 \\ T_F = T(x)\big|_{x=L} = -qL \end{cases}$$

$T(x) = -qx$

$M(x) = \dfrac{qL^2}{2} - \dfrac{qx^2}{2}$

$$\begin{cases} M_E = M(x)\big|_{x=0} = \dfrac{qL^2}{2} \\ M_F = M(x)\big|_{x=L} = 0 \end{cases}$$

TRATTO FG $\quad 0 \le x \le \frac{L\sqrt{2}}{2}$



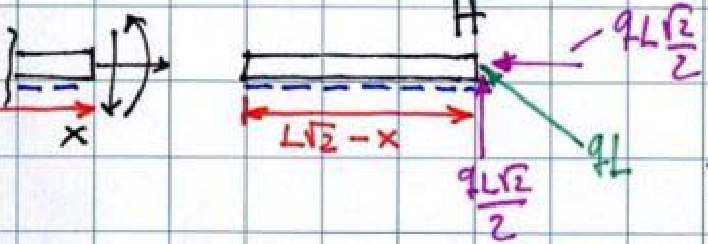
$$N(x) = -qL\frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$T(x) = -qL\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$M(x) = -qL^2 + qL\frac{\sqrt{2}}{2}\left(L\sqrt{2}-x\right)$$

$$\begin{cases} M_F = M(x)\big|_{x=0} = 0 \\ M_G = M(x)\big|_{x=\frac{L\sqrt{2}}{2}} = -\frac{qL^2}{2} \end{cases}$$

TRATTO GH $\quad \frac{L\sqrt{2}}{2} \le x \le L\sqrt{2}$



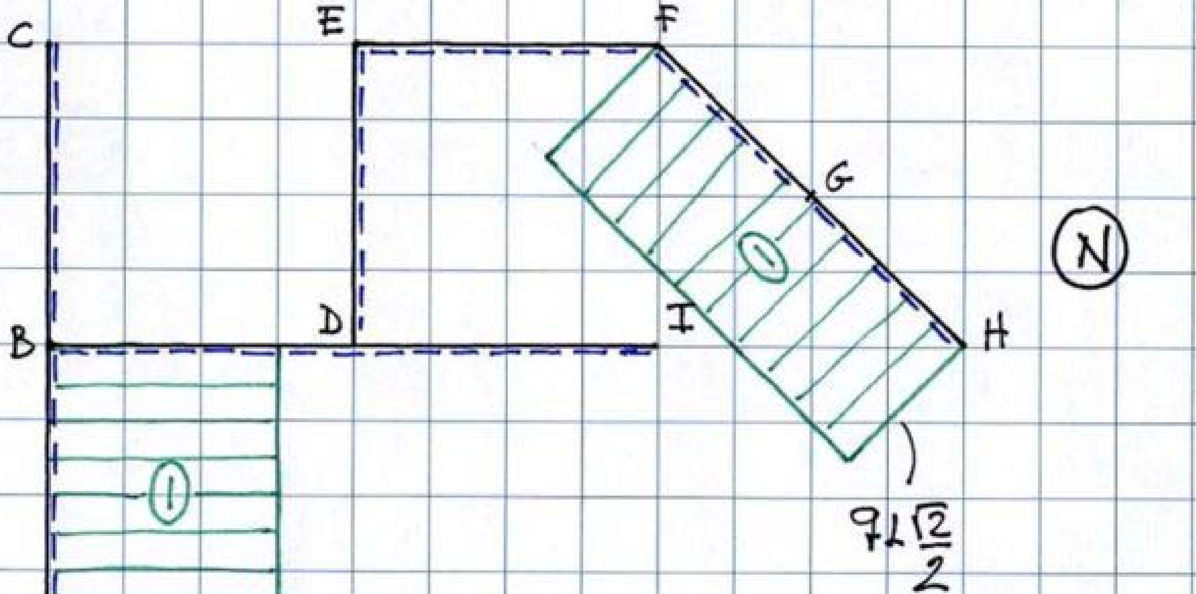
$$N(x) = -qL\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$T(x) = -qL\frac{\sqrt{2}}{2}$$

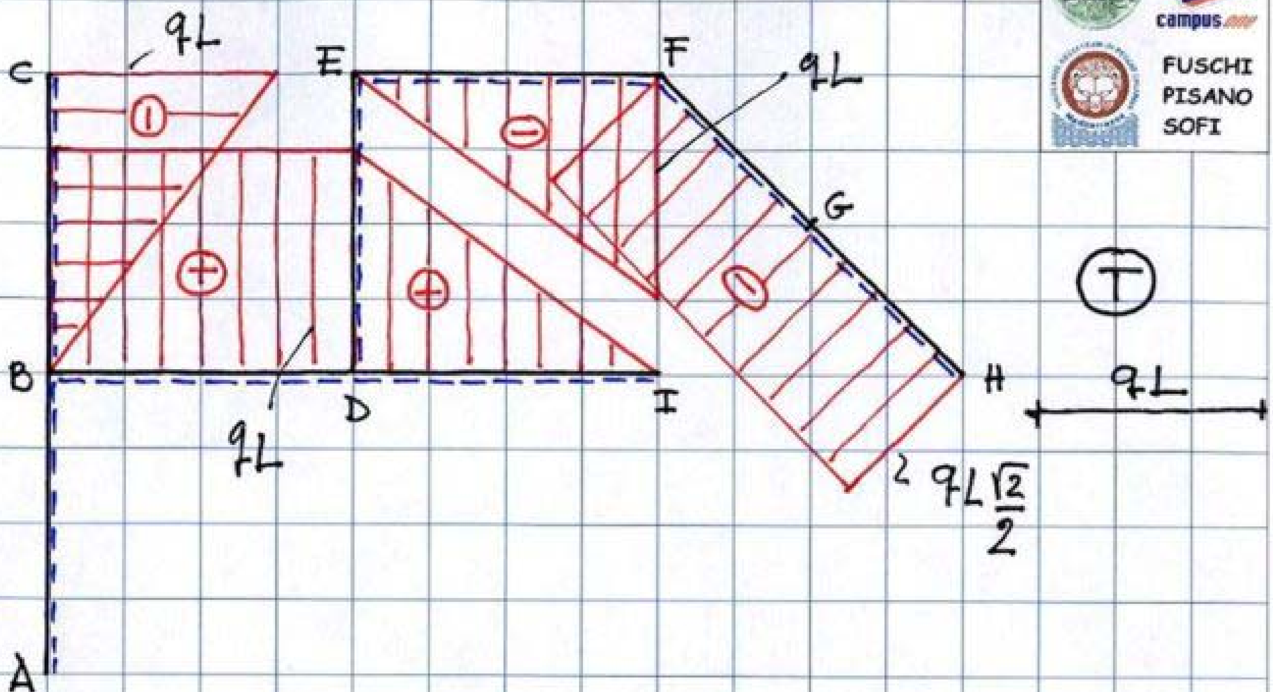
$$M(x) = qL\frac{\sqrt{2}}{2}\left(L\sqrt{2}-x\right)$$

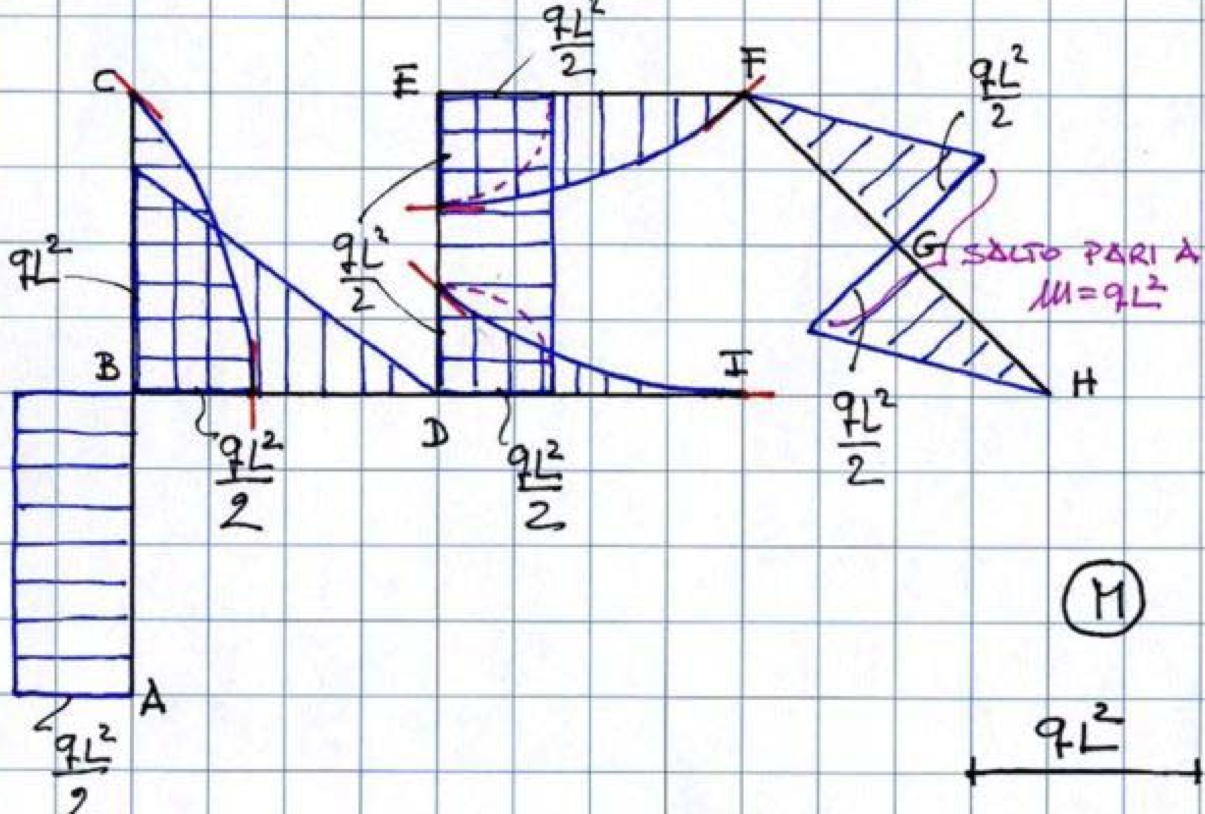
$$\begin{cases} M_G = M(x)\big|_{x=\frac{L\sqrt{2}}{2}} = \frac{qL^2}{2} \\ M_F = M(x)\big|_{x=L\sqrt{2}} = 0 \end{cases}$$

CS - diagrammi



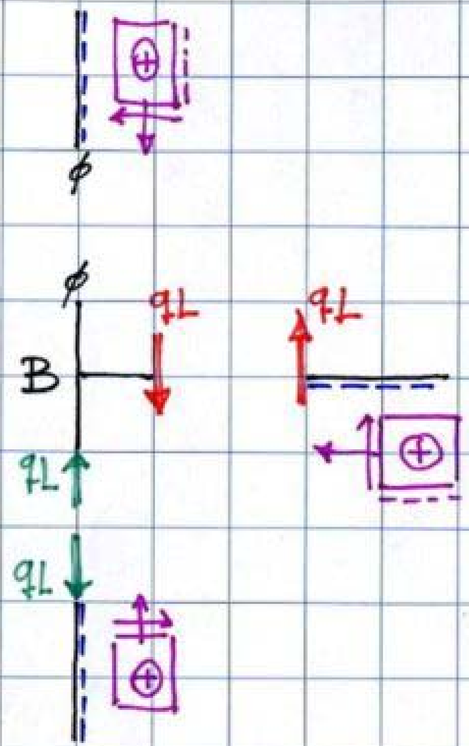
FUSCHI
PISANO
SOFI





• VERIFICHE AL NODO TRIPLO B

– alla traslazione (cfr. diagrammi N & T)



– alla rotazione (cfr. diagramma M)