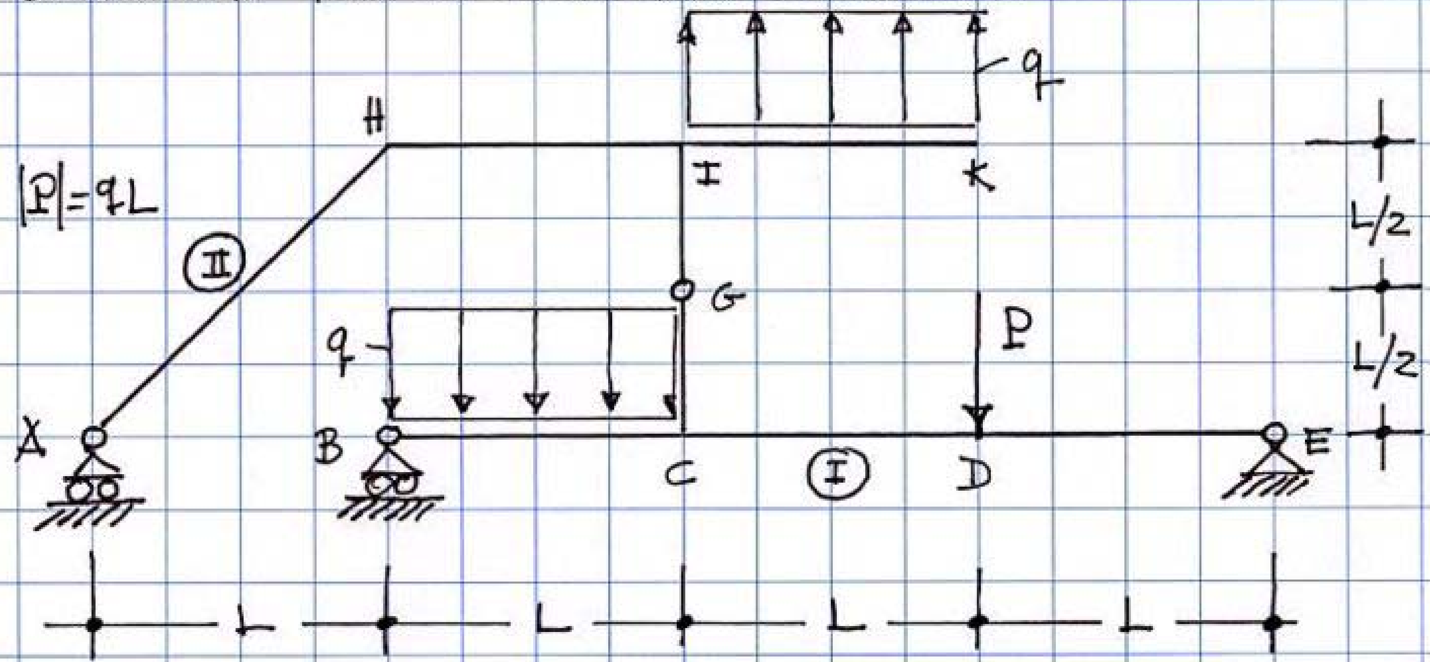
ESERCIZIO #8

DETERMINARE LE REAZIONI VINCOLARI (RV), LE FUNZIONI CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE (CS) E I RELATIVI DIAGRAMMI PER LA STRUTTURA SEGUENTE:

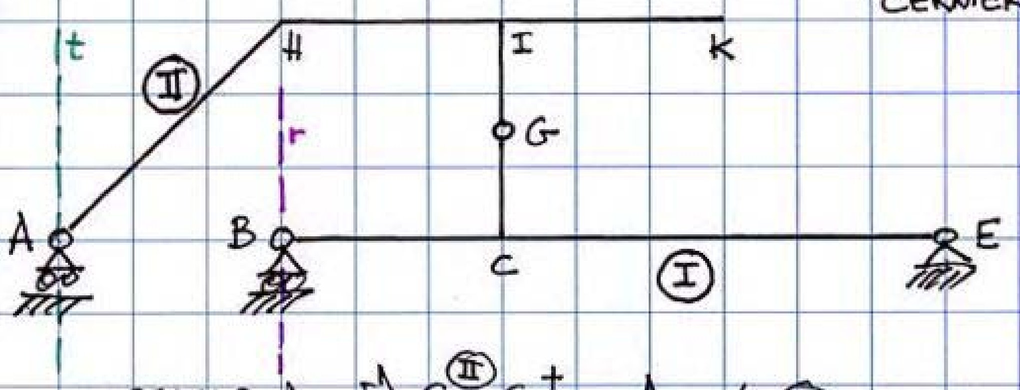


- GRADO DI LABILITÀ APPARENTE

$$l = 3N - \mu_t = 3 \times 2 - (1+1+2+2) = 0$$ ⇒ C.N. per l'isostaticità ok!

- EFFICACIA CINEMATICA VINCOLI

CARRELLO B ⇒ $C^{(I)} \in r$
CERNIERA E ⇒ $C^{(I)} \equiv E$
⇓
$\nexists\, C^{I}$, il corpo (I) è in condizioni di isostaticità.



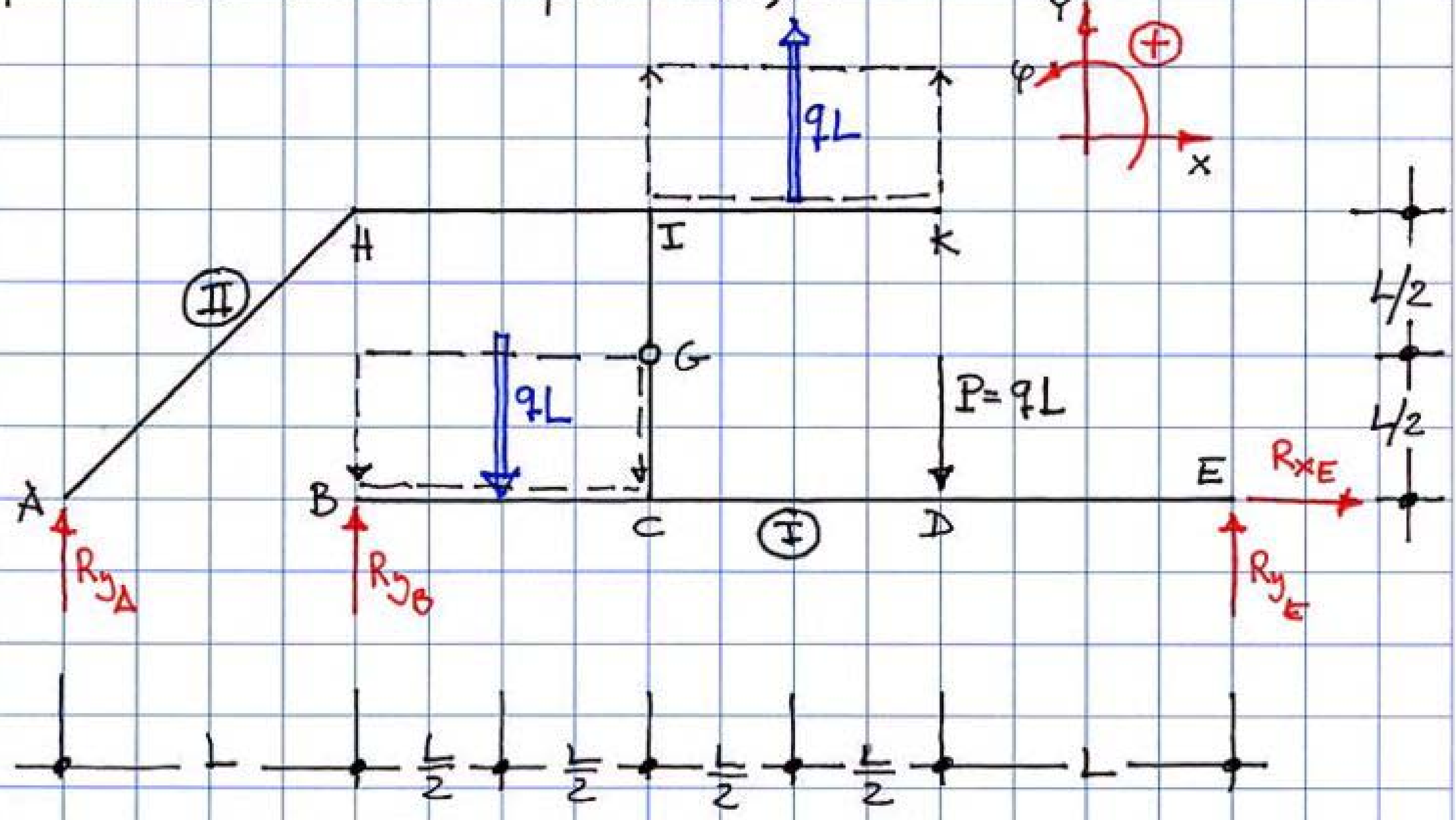
CARRELLO A ⇒ $C^{(II)} \in t$
CERNIERA G ⇒ $C^{(II)} \equiv G$
(solidale a (I) isostatico)
⇒ $\nexists\, C^{(II)}$

l'intero sistema è isostatico!

• DETERMINAZIONE DELLE REAZIONI VINCOLARI (RV)

RV - metodo analitico

1. Ai fini della valutazione delle RV i carichi distribuiti possono essere sostituiti con carichi concentrati equivalenti.
2. Si risolve il sistema in termini di reazioni vincolari esterne, a tal fine i vincoli esterni sono sostituiti dalle reazioni che essi sono potenzialmente in grado di esplicare. Tali reazioni si applicano con versi arbitrari.
3. Si hanno in questo caso 4 componenti di reazione incognite, si scrivono: 3 equazioni di equilibrio globale (riferite cioè all'intero sistema ignorando in questa fase la presenza del vincolo interno G); 1 equazione di equilibrio parziale, quest'ultima tenendo conto della funzione cinematica della cerniera interna G (si è imposto in questo caso che la porzione II non ruoti rispetto a I).



FUSCHI
PISANO
SOFI

$$\sum F_x = 0 \rightarrow \boxed{R_{x_E} = 0} \ ①$$

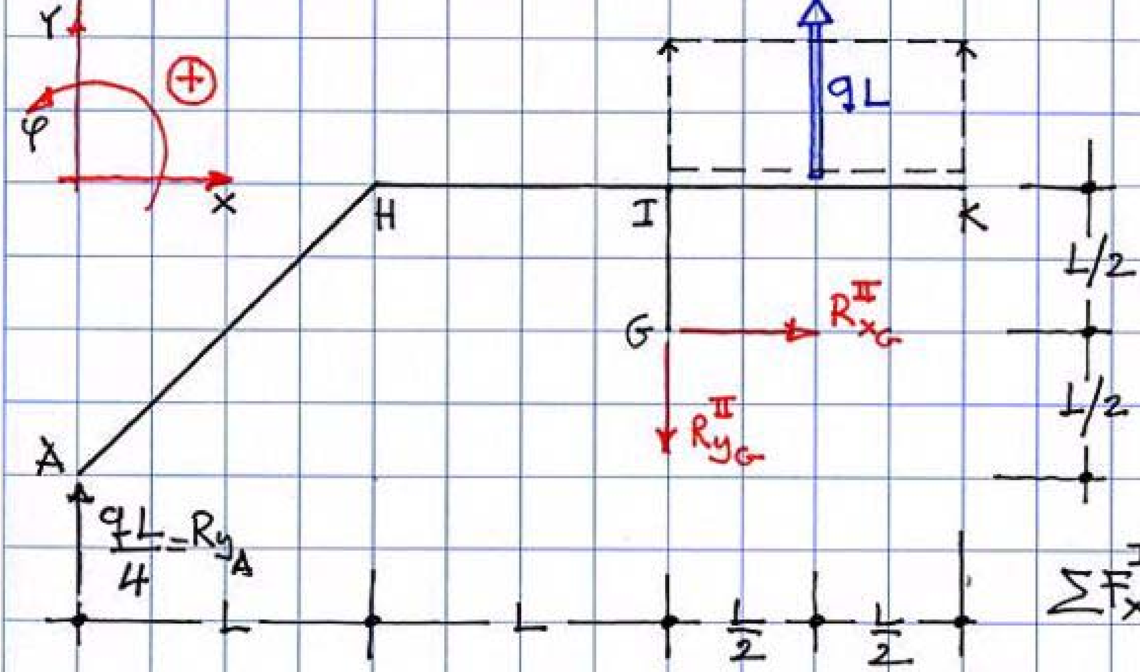
$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_{y_A} + R_{y_B} - \cancel{qL} + \cancel{qL} - P + R_{y_E} = 0 \rightarrow \boxed{R_{y_E} = \frac{5}{12} qL} \ ④$$

$$\sum M_E = 0 \rightarrow -R_{y_A} \cdot 4L - R_{y_B} \cdot 3L + qL \cdot \frac{5}{2} L - qL \cdot \frac{3}{2} L + P \cdot L = 0 \rightarrow \boxed{R_{y_B} = \frac{qL}{3}} \ ③$$

$$\sum M_G^{II} = 0 \rightarrow -R_{y_A} \cdot 2L + qL \cdot \frac{L}{2} = 0 \rightarrow \boxed{R_{y_A} = \frac{qL}{4}} \ ②$$

N.B. : ① = primo risultato; ② = secondo risultato; ③ = terzo risultato; ....

4. Le componenti di reazione interna della cerniera G possono ottenersi indifferentemente imponendo l'equilibrio parziale di I o di II. A tal fine sostituendo la cerniera interna G con le reazioni che essa è in grado di esplicare si impone l'equilibrio delle porzione di struttura considerata applicando su di essa le reazioni esterne già calcolate oltre, ovviamente, i carichi su di essa agenti. Considerando la porzione II si ha:

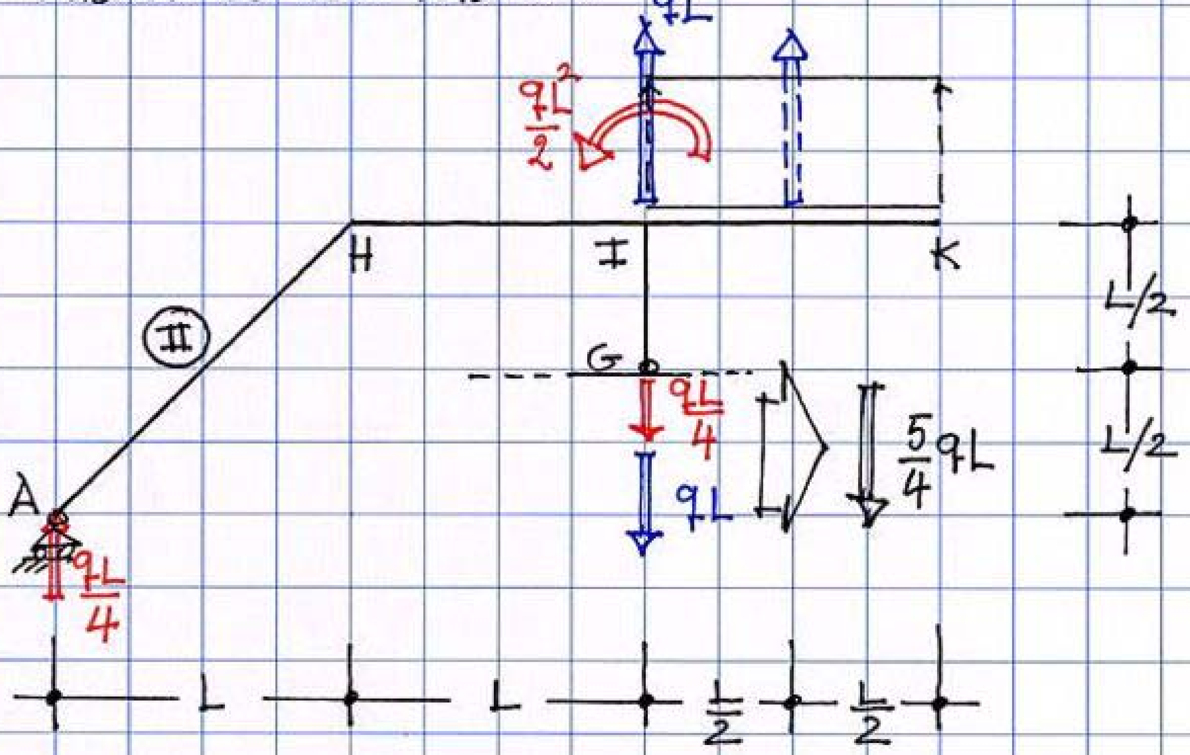


$$\sum F_x^{II} = 0 \rightarrow \boxed{R_{x_G}^{II} = 0}$$

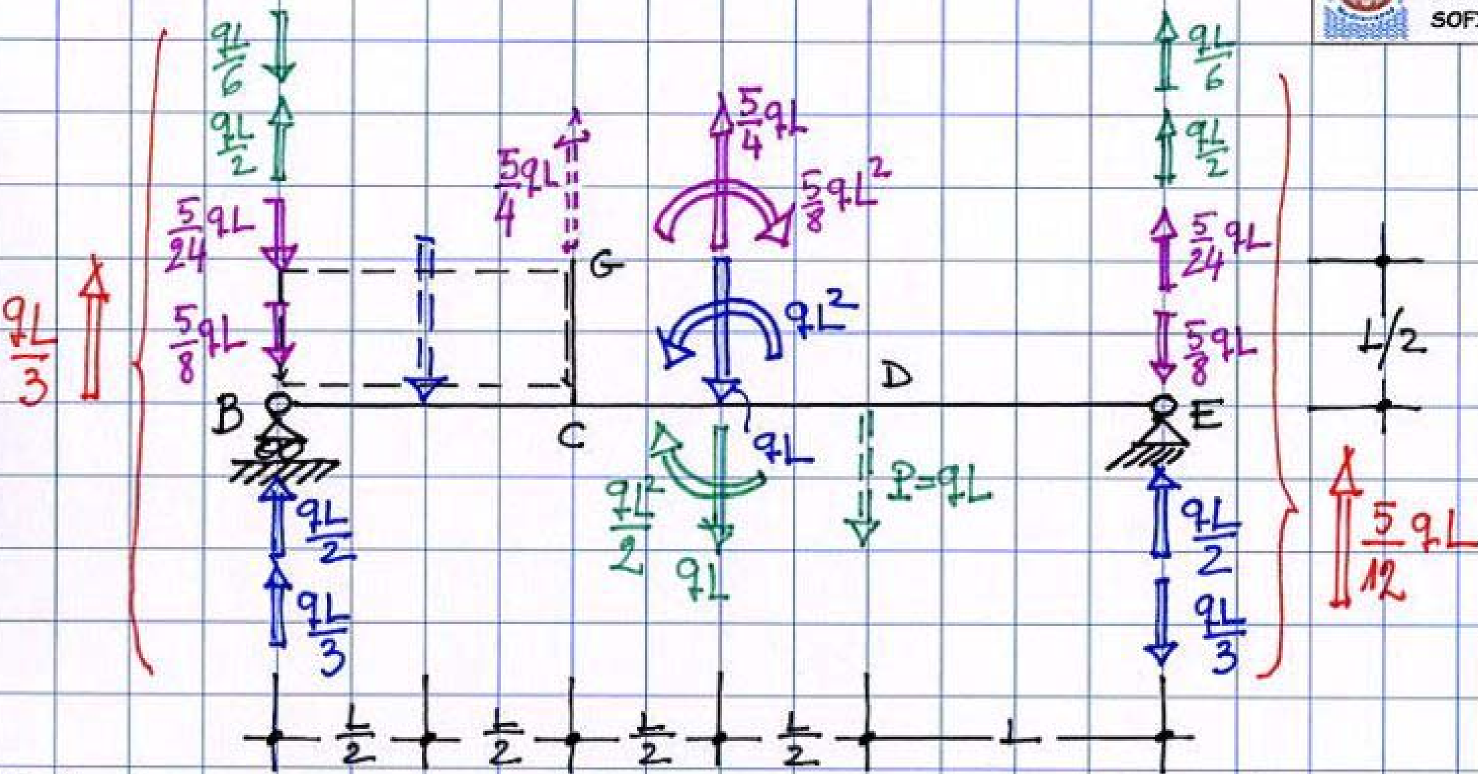
$$\sum F_y^{II} = 0 \rightarrow qL - R_{y_G}^{II} + \frac{qL}{4} = 0 \rightarrow \boxed{R_{y_G}^{II} = \frac{5}{4} qL}$$

RV- metodo grafico

1. Il sistema non è isostatico per vincoli esterni ($\mu_e=4$), tuttavia la porzione (II) è un "tratto isostatico" (per tale tratto risulta $\mu_e+\mu_i=3$).
2. Si risolve quindi (II) traslando, per comodità, il carico qL agente sul tratto IK sulla verticale IG applicando a tal fine una coppia di trasporto $qL\cdot\frac{L}{2}$. La soluzione è ottenuta applicando il principio di sovrapposizione degli effetti; ogni colore individua una singola condizione di carico e le aliquote di reazioni vincolari ad essa relativa.

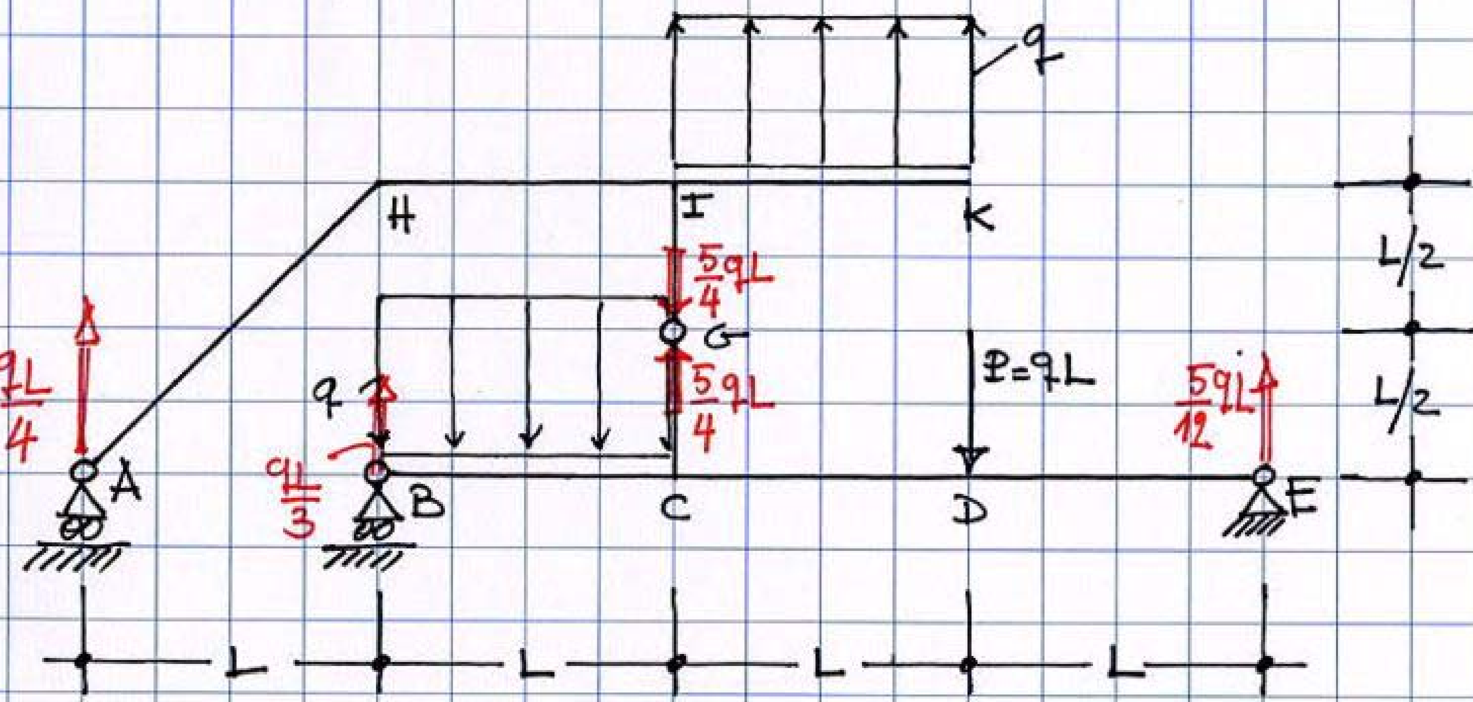


3. Si risolve la porzione (I) applicando ancora il principio di sovrapposizione degli effetti (la reazione $R_{y_G}^{(I)}$ è nota essendo pari a $\frac{5}{4}qL$ verso l'alto).
Ogni colore individua una singola condizione di carico e le aliquote di reazioni vincolari ad essa relative.
4. I carichi applicati sono traslati (parallelamente a se stessi) con l'aggiunta di opportune coppie di trasporto per semplificare la soluzione grafica.



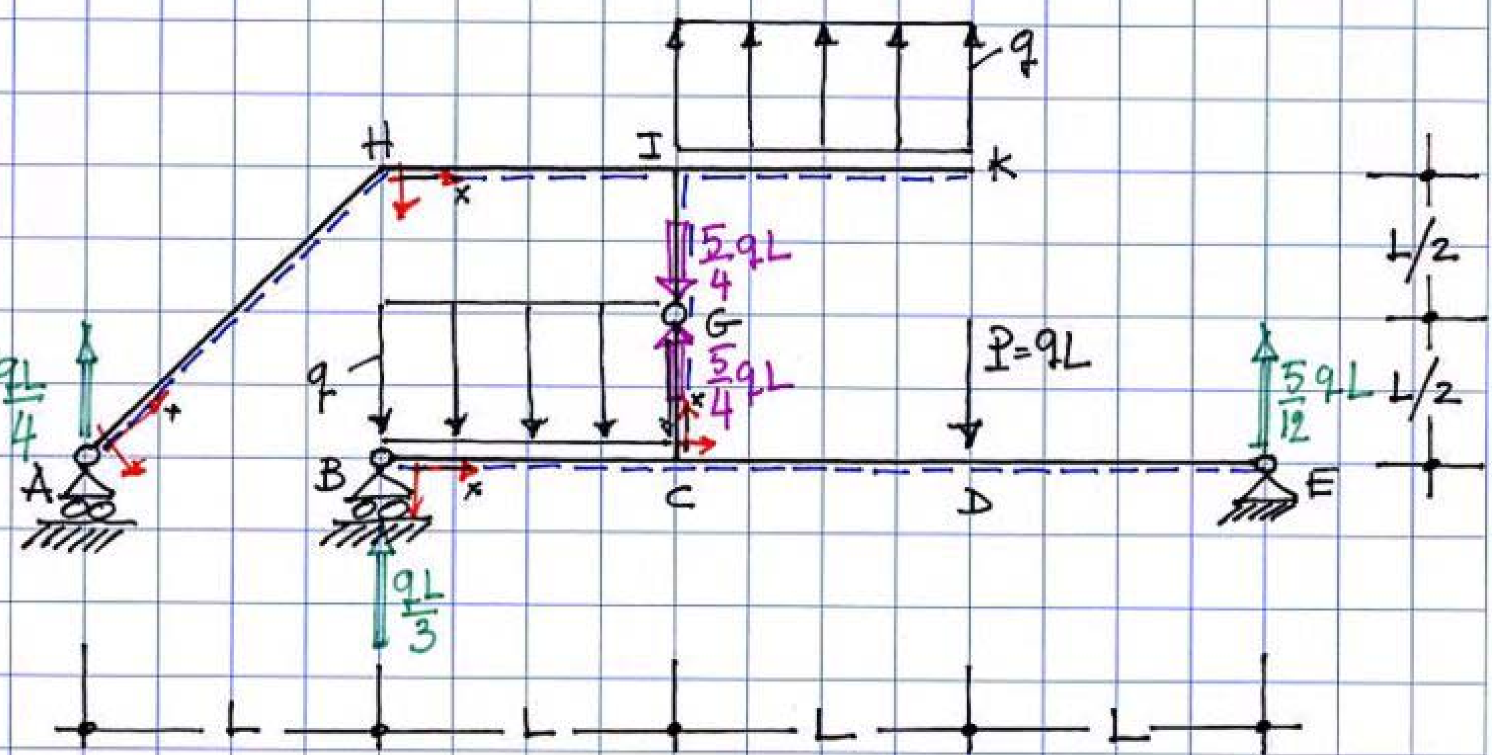
È facile verificare che i valori delle reazioni vincolari determinati per via grafica coincidono con quelli valutati per via analitica.

Si ha in definitiva:

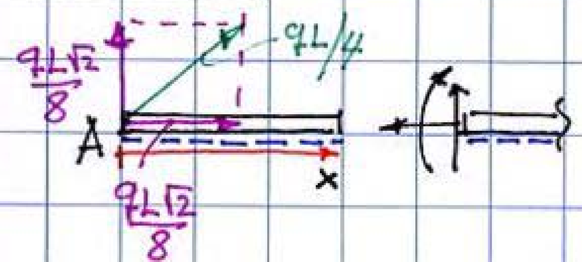


• DETERMINAZIONE DELLE CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE (CS).

CS – metodo della sezione ideale per il calcolo di $N(x)$, $T(x)$ ed $M(x)$.



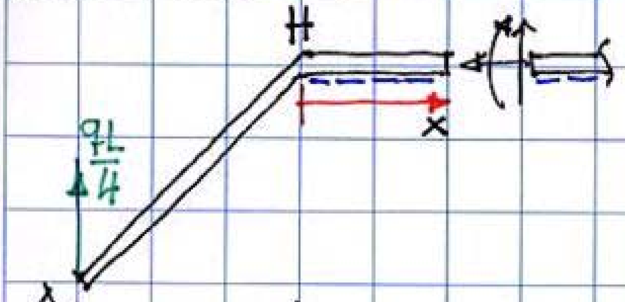
TRATTO AH $\quad 0 \le x \le L\sqrt{2}$



$$N(x) = -\frac{qL\sqrt{2}}{8}; \quad T(x) = \frac{qL\sqrt{2}}{8};$$

$$M(x) = \frac{qL\sqrt{2}}{8}x \begin{cases} M_A = M(x)\big|_{x=0} = 0 \\ M_H = M(x)\big|_{x=L\sqrt{2}} = \frac{qL^2}{4} \end{cases}$$

TRATTO HI $\quad 0 \le x \le L$

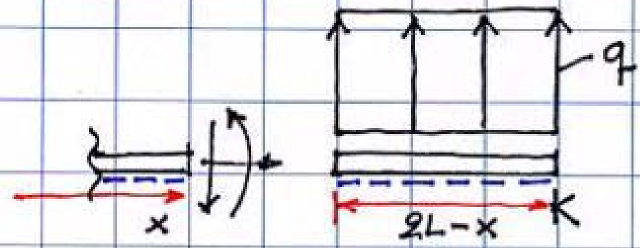


$$N(x) = 0; \quad T(x) = \frac{qL}{4};$$

$$M(x) = \frac{qL}{4}(L+x) \begin{cases} M_H = M(x)\big|_{x=0} = \frac{qL^2}{4} \\ M_I = M(x)\big|_{x=L} = \frac{qL^2}{2} \end{cases}$$

FUSCHI
PISANO
SOFI

TRATTO IK $\quad L \le x \le 2L$



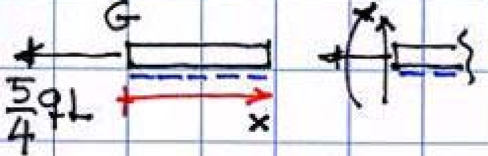
$$N(x) = 0;$$

$$T(x) = -q\,(2L - x);\qquad \begin{cases} T_I = T(x)\big|_{x=L} = -qL \\ T_K = T(x)\big|_{x=2L} = 0 \end{cases}$$

$$M(x) = \frac{q}{2}(2L - x)^2$$

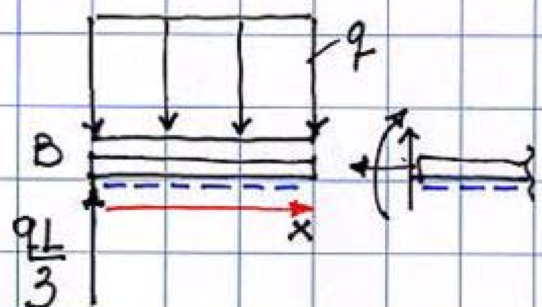
$$M_I = M(x)\big|_{x=L} = \frac{qL^2}{2}\;;\quad M_K = M(x)\big|_{x=2L} = 0.$$

TRATTO GI $\quad \frac{L}{2} \le x \le L$



$$N(x) = \frac{5}{4}qL;\quad T(x) = 0;\quad M(x) = 0.$$

TRATTO BC $\quad 0 \le x \le L$

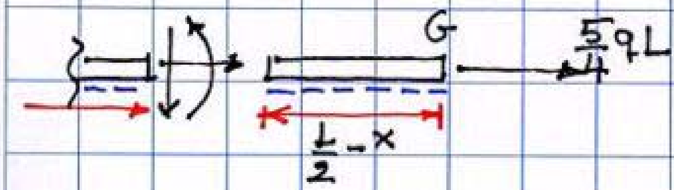


$$N(x) = 0;$$

$$T(x) = \frac{qL}{3} - qx;\qquad \begin{cases} T_B = T(x)\big|_{x=0} = \frac{qL}{3} \\ T_C = T(x)\big|_{x=L} = -\frac{2}{3}qL \end{cases}$$

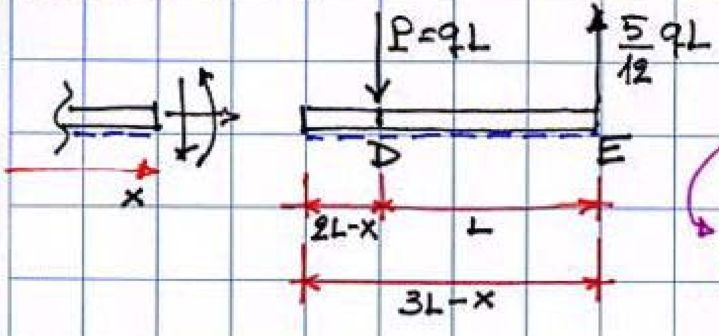
$$M(x) = \frac{qL}{3}x - q\frac{x^2}{2}.\qquad \begin{cases} M_B = M(x)\big|_{x=0} = 0 \\ M_C = M(x)\big|_{x=L} = -\frac{qL^2}{6} \end{cases}$$

TRATTO CG $\quad 0 \le x \le L/2$



$$N(x) = \frac{5}{4}qL\;;\quad T(x) = 0\;;\quad M(x) = 0.$$

TRATTO CD $\quad L \le x \le 2L$



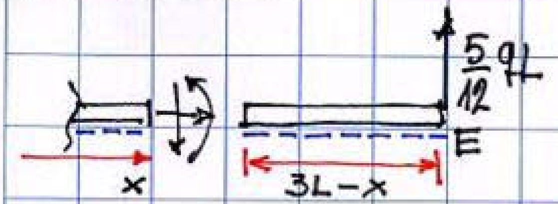
$$N(x) = 0;\quad T(x) = P - \frac{5}{12}qL = \frac{7}{12}qL;$$

$$M(x) = -P\,(2L - x) + \frac{5}{12}qL\,(3L - x)$$

$$\begin{cases} M_C = M(x)\big|_{x=L} = -\frac{qL^2}{6} \\ M_D = M(x)\big|_{x=2L} = \frac{5}{12}qL^2 \end{cases}$$

SCBAA LABSTA
campus
FUSCHI
PISANO
SOFI

TRATTO DE $2L \leq x \leq 3L$

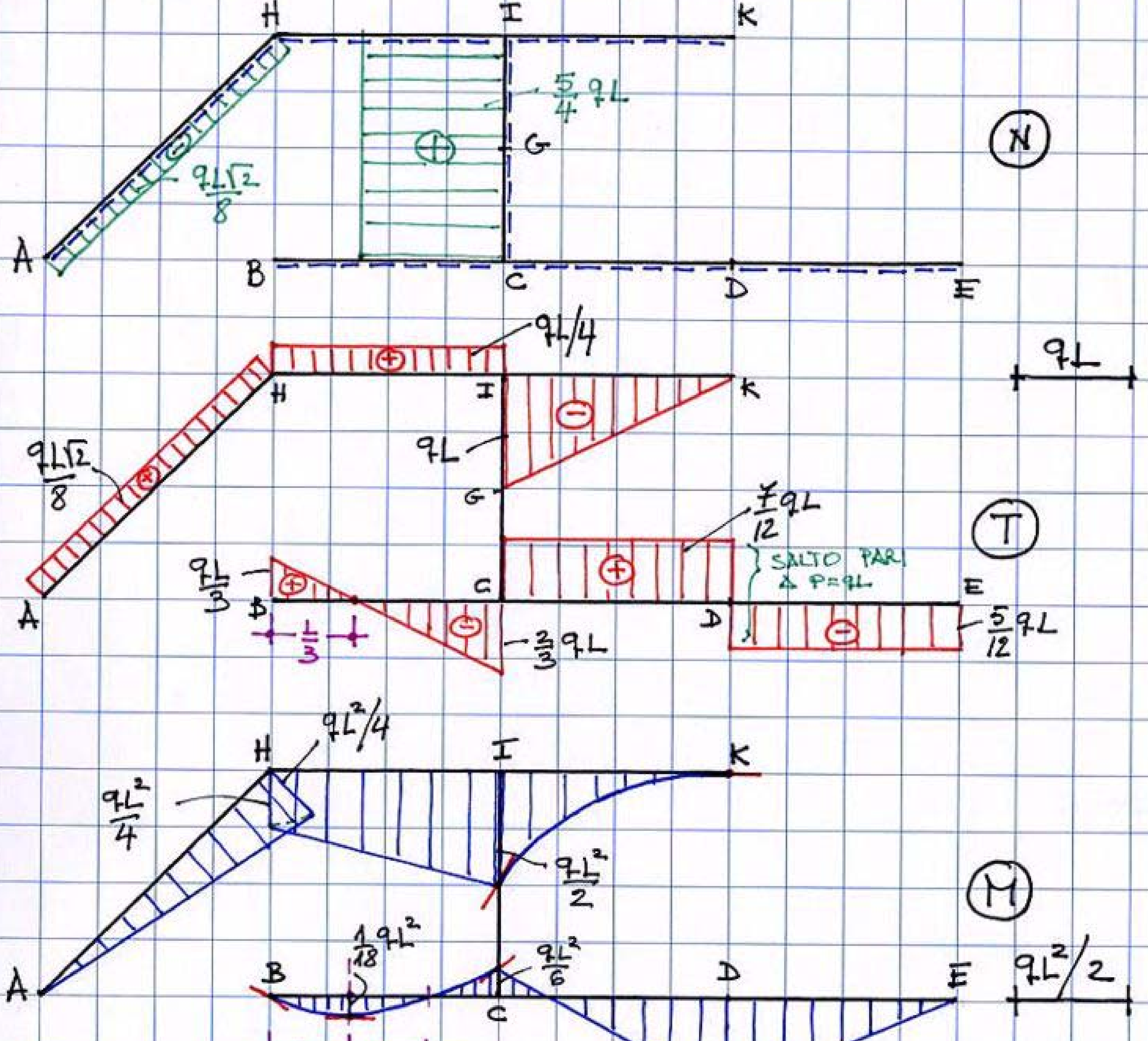


$$N(x) = 0; \quad T(x) = -\frac{5}{12} qL;$$

$$M(x) = \frac{5}{12} qL (3L - x)$$

$$\begin{cases} M_D = M(x)\big|_{x=2L} = \frac{5}{12} qL^2 \\ M_E = M(x)\big|_{x=3L} = 0 \end{cases}$$

CS – diagrammi



Nota
Nel tratto BC (cfr. funzione T(x) in BC), il taglio si annulla per $x = \frac{L}{3}$; in tale sezione quindi il momento è max e pari a: $M^{BC}_{max} = M(x)^{BC}\big|_{x=\frac{L}{3}} = \frac{1}{18} qL^2$