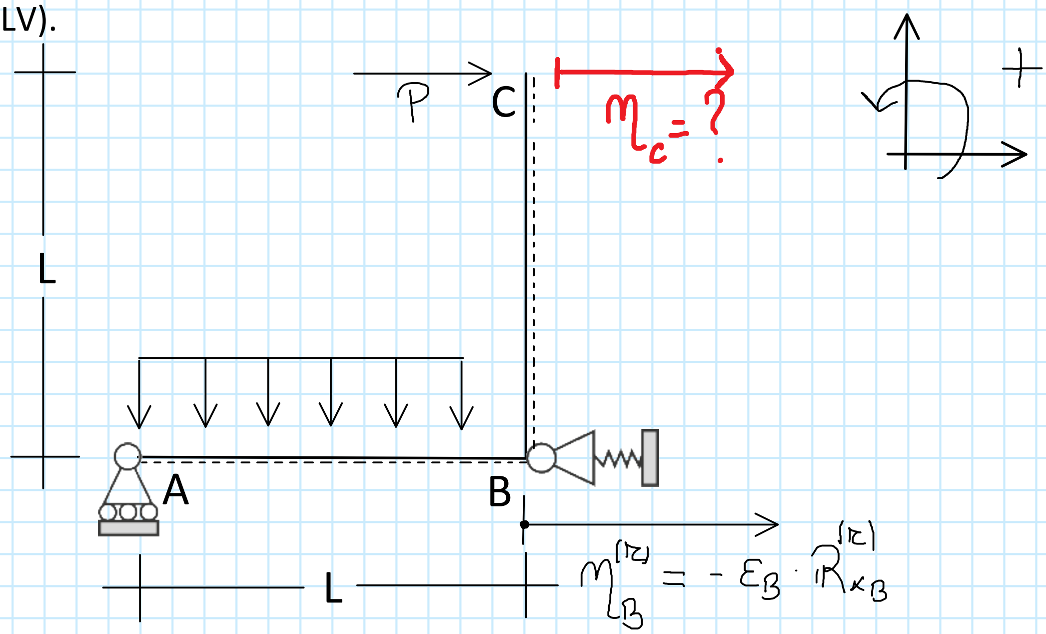
MECCANICA DELLE STRUTTURE - Corso P. FUSCHI Prova scritta

Quesito N. 2

Determinare lo spostamento orizzontale della sezione C della struttura isostatica seguente con il metodo forza unitaria (PLV).



$$M_{B}^{(R)} = -\varepsilon_B \cdot R_{\kappa B}^{(R)}$$

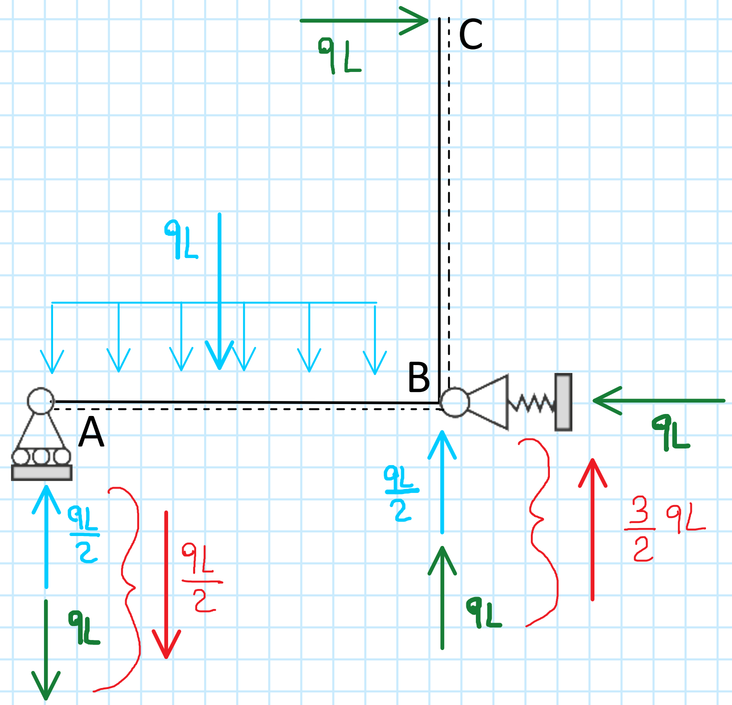
POSIZIONI:

$|P| = qL$

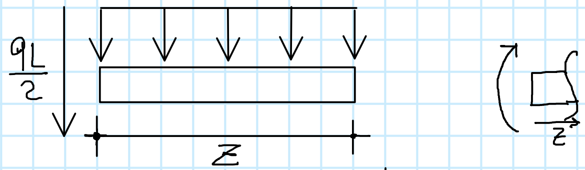
$|\varepsilon_B| = \frac{9}{24}\frac{L^3}{EI}$

SOLUZIONE:

Struttura Reale sulla quale si valutano gli spostamenti generalizzati reali e le CD congruenti espressi tramite le CS associate ai carichi reali!



Tratto AB $\emptyset \leq z \leq L$

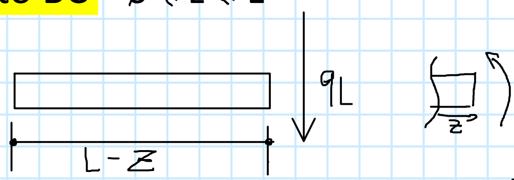


$$\boxed{M_z^{(R)} = -\frac{qz^2}{2} - \frac{qL}{2}z}$$

$M_A = \emptyset$

$M_B = -qL^2$

Tratto BC $\emptyset \leq z \leq L$

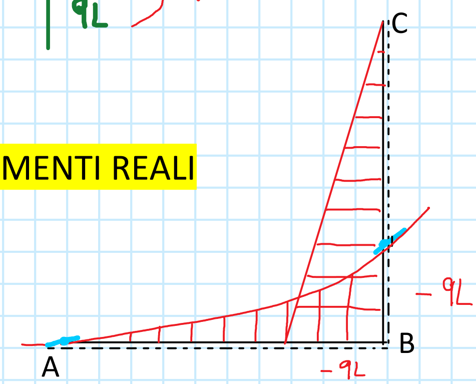


$$\boxed{M_z = -qL(L-z)}$$

$M_B = -qL^2$

$M_C = \emptyset$

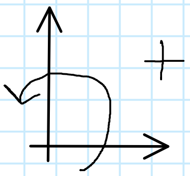
DIAGRAMMA DEI MOMENTI REALI

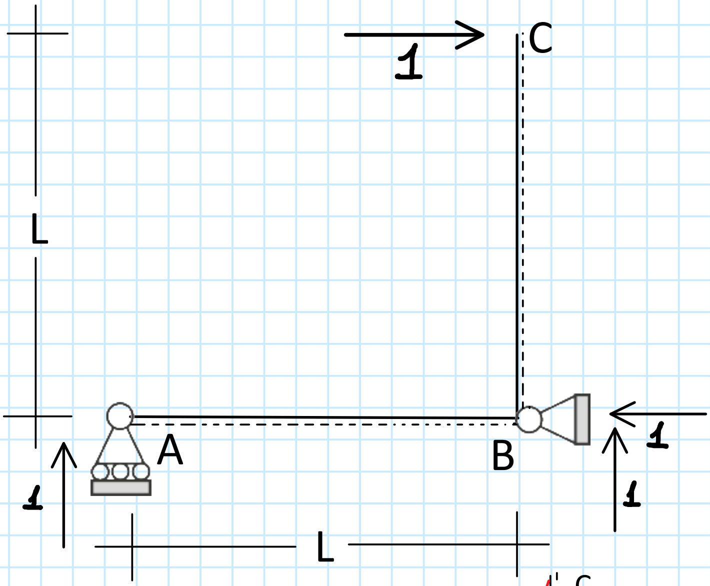


FUSCHI - LASORELLA - PERCOLLA - PISANO

Per calcolare lo spostamento orizzontale della sezione C si assume come sistema fittizio o lavorante quello riportato in figura seguente, cioè quello in cui la struttura in esame è caricata da una forza unitaria applicata in C e diretta verso destra!

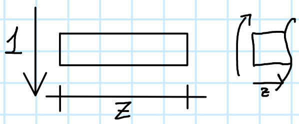
STRUTTURA FITTIZIA O LAVORANTE!





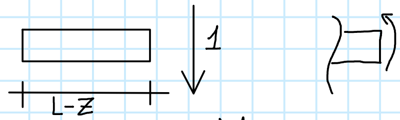
Il calcolo delle RV è immediato, esse sono già indicate nello schema fittizio!!

Tratto AB $\emptyset \leq z \leq L$



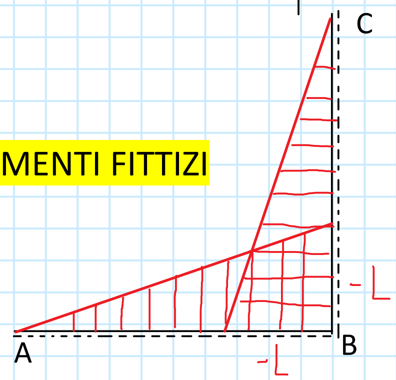
$\boxed{M_z^{(f)} = -z}$ $\quad M_A = \emptyset$, $M_B = -L$

Tratto AB $\emptyset \leq z \leq L$



$\boxed{M_z^{(f)} = -(L-z)}$ $\quad M_B = -L$, $M_A = \emptyset$

DIAGRAMMA DEI MOMENTI FITTIZI



APPLICO IL PLV-mdFU nella forma Lve = Lvi può scriversi:

$$Lve = \sum_i F_i^{(f)} \cdot \eta_i^{(r)} + \sum_j R_j^{(f)} \cdot \eta_j^{(r)} \Rightarrow Lve = 1\,\eta_c + R_{xB}^{(f)} \cdot \eta_B = \eta_c - 1\left[-\varepsilon_c \cdot R_{xB}^{(r)}\right] = \eta_c - \left[-\varepsilon_B(-qL)\right]$$

$$Lve = \eta_c - \varepsilon_B qL$$

CHE IN QUESTO CASO NON ABBIAMO

$$Lvi = \int_{str} M^{(f)}\left[\frac{M^{(r)}}{EI} + \frac{\alpha\Delta T}{h}\right] ds_{tr} = \int_{str} M^{(f)} \frac{M^{(r)}}{EI} ds_{tr} + \int_{str} \frac{\alpha\Delta T}{h} ds_{tr} =$$

$$Lvi = \frac{1}{EI}\left\{\int_0^L -z\left(-\frac{qz^2}{2} - \frac{qLz}{2}\right)dz + \int_0^L (z-L)\left[-qL(L-z)\right]dz\right\} = \frac{1}{EI}\int_0^L \frac{qz^3}{2} + \frac{qLz^2}{2} - qL^2z + qLz^2 + qL^3 - qL^2z \, dz =$$

$$= \frac{1}{EI}\left[\frac{q}{2}\left(\frac{z^4}{4}\right) + \frac{qL}{2}\left(\frac{z^3}{3}\right) - qL^2\left(\frac{z^2}{2}\right) + qL\left(\frac{z^3}{3}\right) + qL^3z - qL^2\left(\frac{z^2}{2}\right)\right]_0^L =$$

$$= \frac{1}{EI}\left[\frac{qL^4}{8} + \frac{qL^4}{6} - \cancel{\frac{qL^4}{2}} + \frac{qL^4}{3} + \cancel{qL^4} - \cancel{\frac{qL^4}{2}}\right] = \frac{qL^4}{EI}\left[\frac{6+8+16}{48}\right] = \frac{5}{8}\frac{qL}{EI}$$

$$Lve = Lvi \Rightarrow \eta_c - \varepsilon_B qL = \frac{5}{8}\frac{qL^4}{EI} \Rightarrow \eta_c = \frac{5}{8}\frac{qL^4}{EI} + \varepsilon_B qL \Rightarrow \eta_c = \frac{5}{8}\frac{qL^4}{EI} + \frac{9}{24}\frac{qL^4}{EI} \Rightarrow \boxed{\eta_c = \frac{qL^4}{EI}}$$

POSITIVO!!!
Verso ipotizzato correttamente

Fuschi - Lasorella - Percolla - Pisano