FUSCHI
PISANO

1

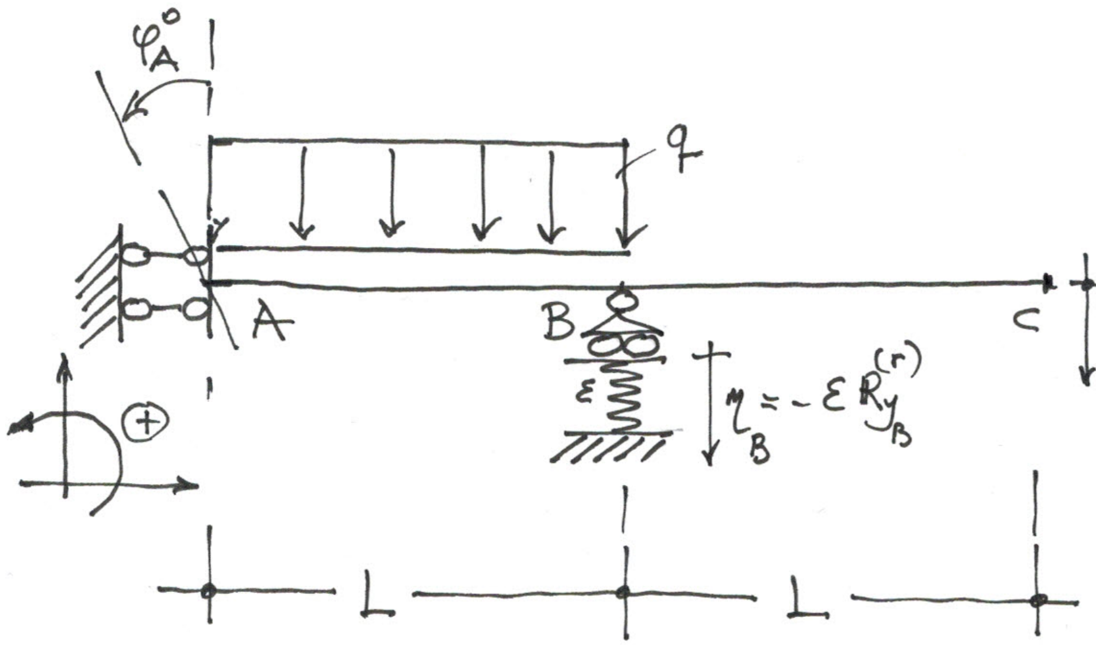
MECCANICA delle STRUTTURE A.A. 2017-18

CORSO P. FUSCHI - TEST in itinere 11.01.2018

SOLUZIONE

Quesito (2 CFU)

DETERMINARE LO SPOSTAMENTO VERTICALE DELLA SEZIONE DI ESTREMITÀ C DELLA STRUTTURA SEGUENTE CON IL METODO DELLA FORZA UNITARIA (PLV)



Posizioni:

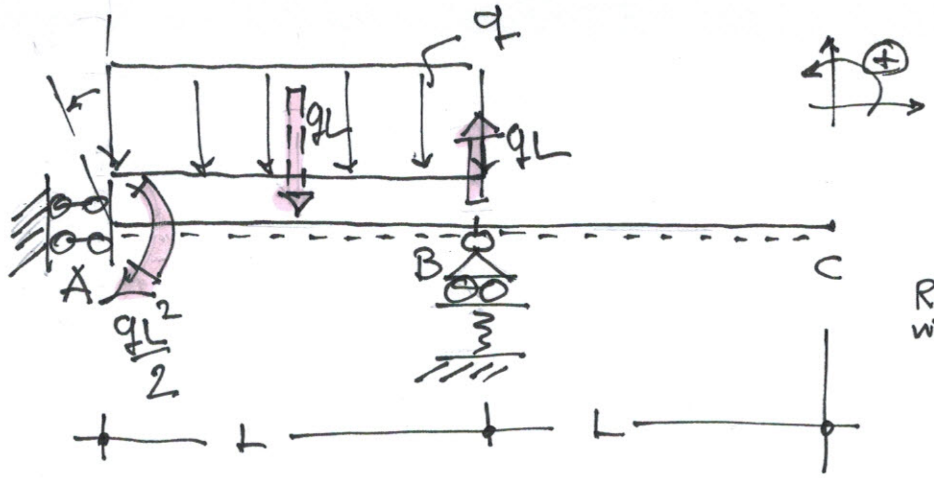
$$|\varphi_A^0| = \frac{qL^3}{EI}$$

$$|\varepsilon| = \frac{L^3}{6EI}$$

Calcoliamo RV e CS (consideriamo solo il contributo del momento) sulla struttura reale. Su essa infatti si valutano gli spostamenti generalizzati reali e le caratteristiche di deformazione congruenti espresse tramite le CS associate ai carichi reali. Si ha:

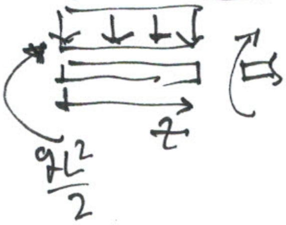
FUSCHI
PISANO

2



RV per via grafica!

TRATTO AB $0 \le z \le L$

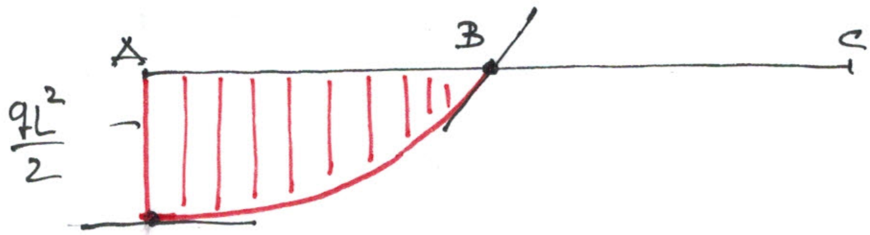


$$\boxed{M^{(r)}(z) = \frac{qL^2}{2} - \frac{qz^2}{2}} \quad \begin{cases} M_A = \dfrac{qL^2}{2} \\ M_B = \emptyset \end{cases}$$

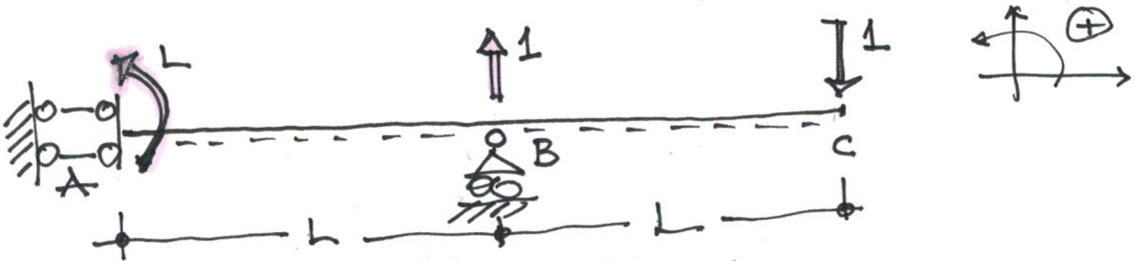
TRATTO BC

$$\boxed{M^{(r)}(z) = \emptyset}$$

Diagramma $M^{(r)}(z)$:

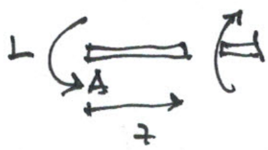


Per calcolare lo spostamento richiesto si assume come SISTEMA FITTIZIO o LAVORANTE quello riportato nella figura seguente nel quale si considera una forza UNITARIA applicata in C e diretta verso il basso.
La determinazione delle RV è immediata! si ha:



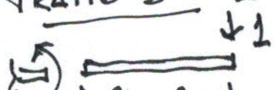
Si determinano quindi le funzioni CS, si ha:

TRATTO AB $0 \le z \le L$



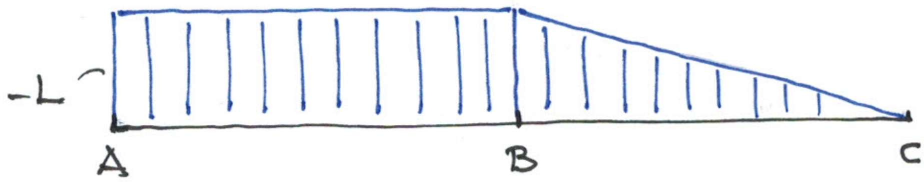
$M^{(f)}(z) = -L$ cost.

TRATTO BC $L \le z \le 2L$



$$M^{(f)}(z) = -(2L - z) = -2L + z \quad \begin{cases} M_B = -L \\ M_C = \emptyset \end{cases}$$

Diagramma $M^{(f)}(z)$:



Applicando il PLV-MdFV nella forma $L_{ve}=L_{vi}$, può scriversi:

$$L_{ve} = \underbrace{1\cdot\eta_C}_{\text{concordi per ipotesi}} + \sum_j R_j^{(f)}\eta_j^{(r)} = \eta_C + M_A^{(f)}\varphi_A^{o(r)} + R_{y_B}^{(f)}\eta_B^{(r)} =$$

$$= \eta_C + L\varphi_A^o + 1\cdot\left[-\varepsilon \underbrace{R_{y_B}^{(r)}}_{qL}\right] = \eta_C + L\varphi_A^o - \varepsilon q L$$

$$L_{vi} = \int_{str} M^{(f)}\frac{M^{(r)}}{EI}ds_{tr} = \frac{1}{EI}\int_{\overline{AB}} M^{(f)}M^{(r)}ds_{tr} =$$

$$= \frac{1}{EI}\int_0^L [-L]\left[\frac{qL^2}{2}-\frac{qz^2}{2}\right]dz = \frac{1}{EI}\int_0^L\left[-\frac{qL^3}{2}+\frac{qL}{2}z^2\right]dz =$$

$$= \frac{1}{EI}\left\{-\frac{qL^3}{2}[z]_0^L + \frac{qL}{2}\left[\frac{z^3}{3}\right]_0^L\right\} = \frac{1}{EI}\left\{-\frac{qL^4}{2}+\frac{qL^4}{6}\right\} = -\frac{qL^4}{3EI}$$

Risulta in definitiva:

$$\eta_C + L\varphi_A^o - \varepsilon q L = -\frac{qL^4}{3EI}$$ e ancora:

$$\eta_C = -\frac{qL^4}{3EI} - L\varphi_A^o + \varepsilon q L$$

tenendo conto delle posizioni iniziali si ha:

$$\eta_C = -\frac{qL^4}{3EI} - \frac{qL^4}{EI} + \frac{qL^4}{6EI} = -\frac{qL^4}{EI}\left[\frac{1}{3}+1-\frac{1}{6}\right] = -\frac{7qL^4}{6EI}$$

negativo!

verso opposto a quello ipotizzato! verso l'alto!