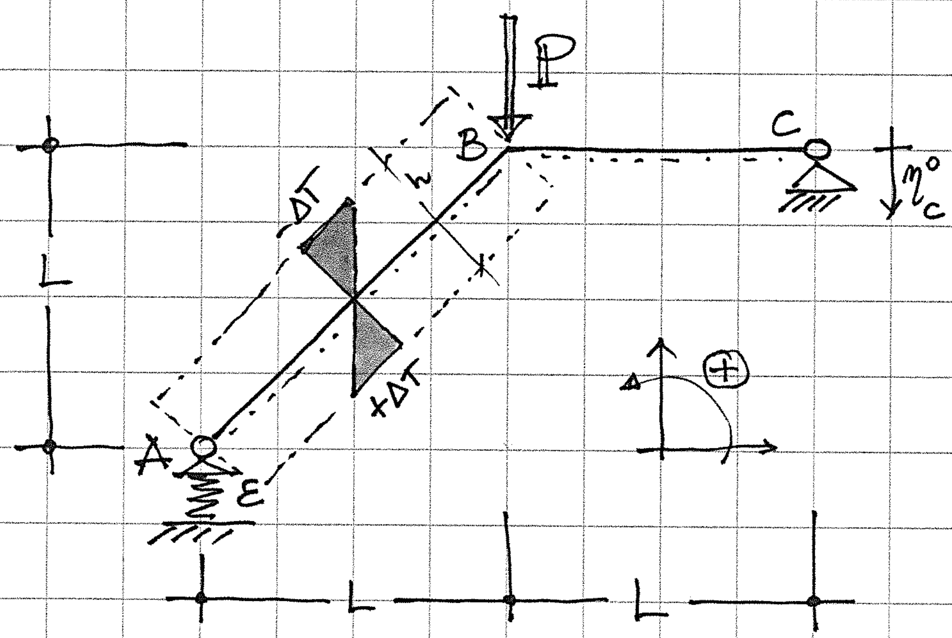
MECCANICA delle STRUTTURE – P. FUSCHI – A.A. 2016-17

PROVA SCRITTA del 8.02.2017

P. FUSCHI
A. PISANO

Quesito n. 1

RISOLVERE LA STRUTTURA UNA VOLTA IPERSTATICA SEGUENTE_
TRACCIARE IL DIAGRAMMA DEL MOMENTO TENENDO CONTO DELLE POSIZIONI RIPORTATE IN FIGURA.



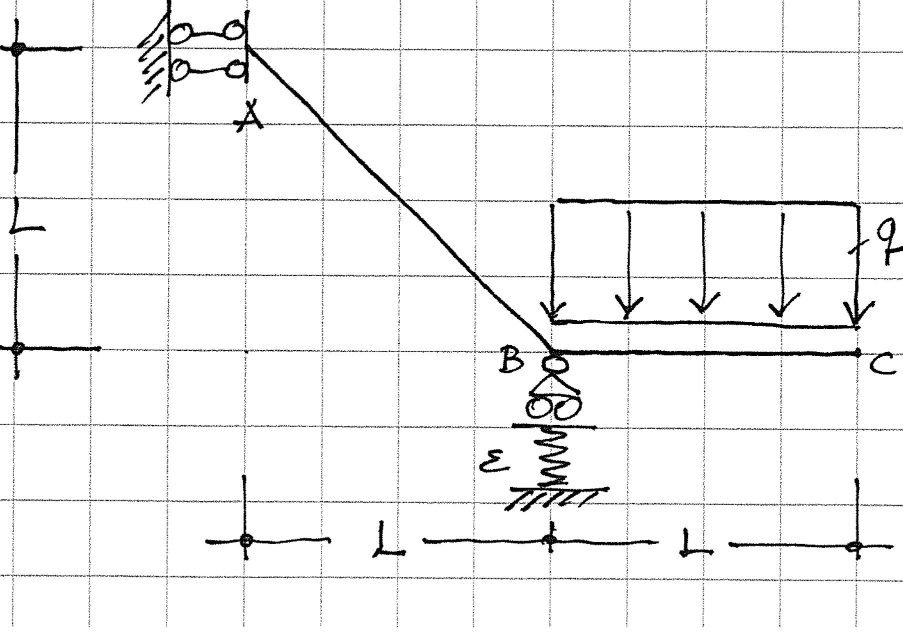
$$|\varepsilon| = \frac{L^3}{3EI}\left[\sqrt{2}+1\right]$$

$$|\eta^o_c| = \frac{PL^3}{EI}\left[\sqrt{2}+1\right]$$

$$\left|\frac{\alpha\Delta T}{h}\right| = \frac{PL}{EI}\frac{\left[\sqrt{2}+1\right]}{\sqrt{2}}$$

Quesito n. 2

DETERMINARE LO SPOSTAMENTO VERTICALE DELLA SEZIONE DI ESTREMITÀ C DELLA STRUTTURA ISOSTATICA RIPORTATA IN FIGURA_



Rem.: (se serve)

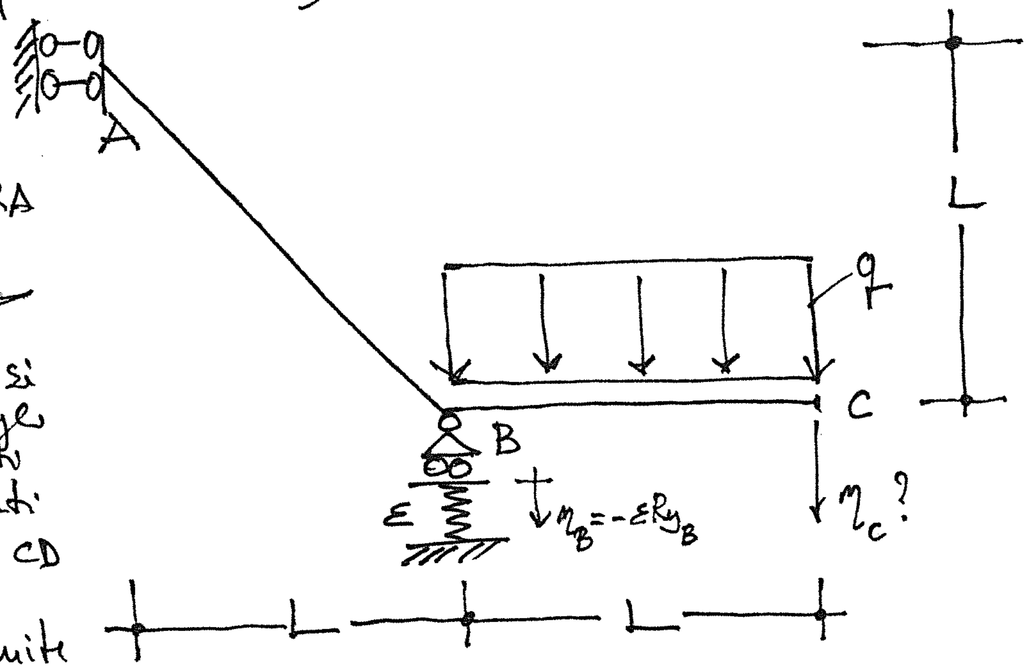
$$[a-b]^3 = \left\{a^3-3a^2b+3ab^2-b^3\right\}$$

ESAMI di MECCANICA DELLE STRUTTURE - L17
CORSO P. FUSCHI - A.A. 2016-17
prova scritta 8.02.2017 SOLUZIONE

FUSCHI
PISANO
(1)

Quesito n. 2

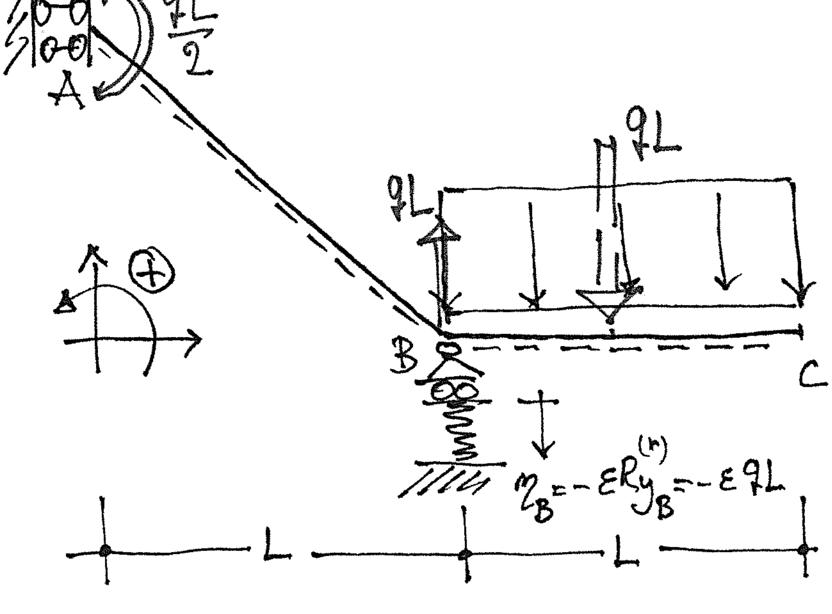
DETERMINARE LO SPOSTAMENTO VERTICALE DELLA SEZIONE C DELLA STRUTTURA ISOSTATICA SEGUENTE CON IL PLV (metodo della forza unitaria)



STRUTTURA REALE

sulle quali si valutano gli spostamenti generalizzati reali e le CD congruenti espressi tramite le CS associate ai carichi reali!

Calcoliamo RV e CS (consideriamo solo il contributo del momento) sulla struttura reale. Si ha:



- R.V. con metodo grafico!
- Calcolo $M^{(r)}(z)$:

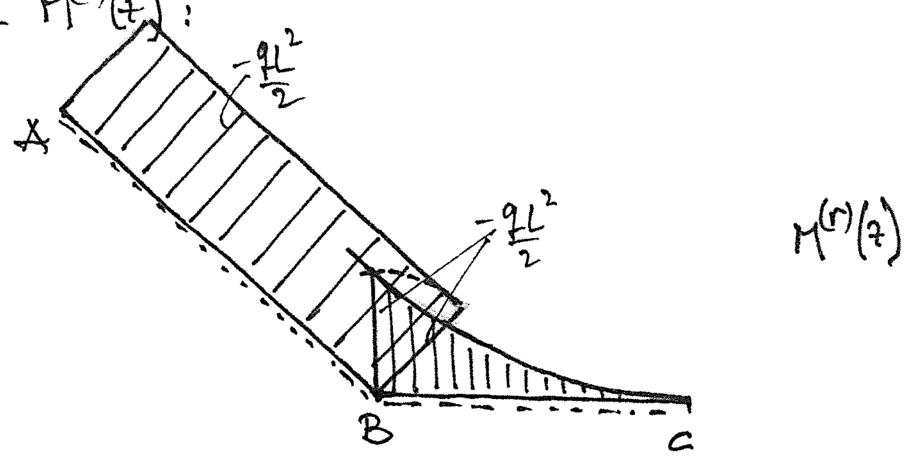
TRATTO AB $0 \le z \le L\sqrt{2}$

$$\boxed{M^{(r)}(z) = -\frac{qL^2}{2}}$$

TRATTO BC $0 \le z \le L$

$$\boxed{M^{(r)}(z) = -\frac{q(L-z)^2}{2}} \quad \begin{cases} M_B = -\frac{qL^2}{2} \\ M_C = \phi \end{cases}$$

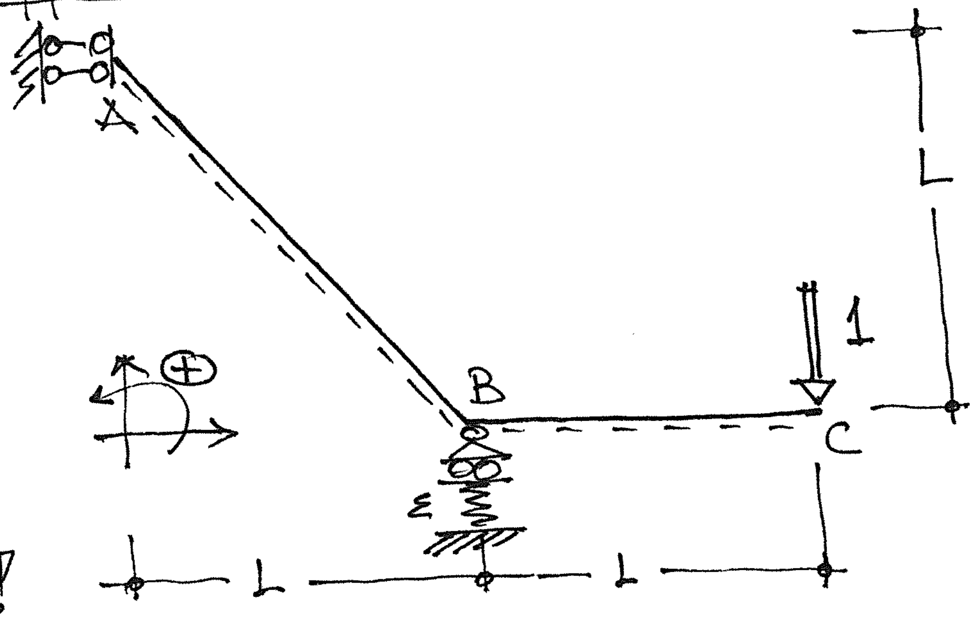
Diagramma $M^{(r)}(z)$:



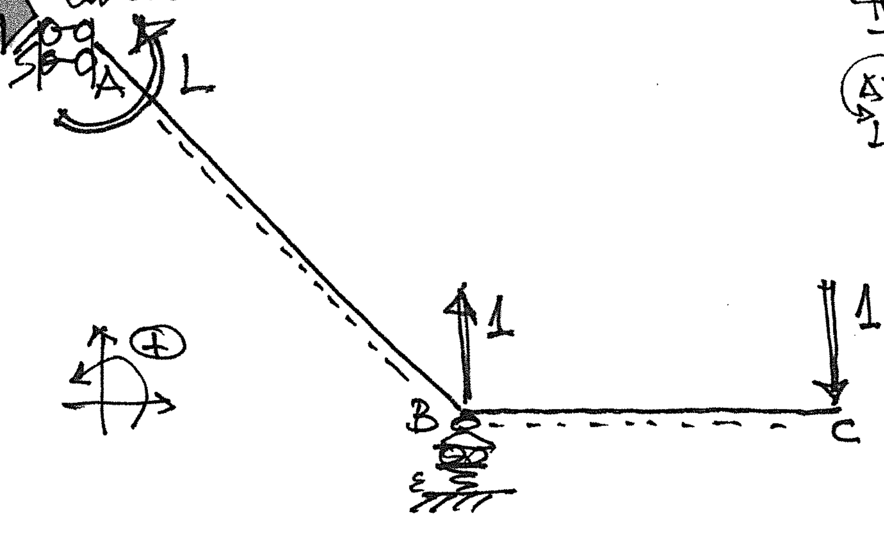
Per calcolare lo spostamento della sezione di estremità C si assume come SISTEMA FITTIZIO o LAVORANTE quello riportato nella figura seguente nel quale si considera una forza unitaria applicata in C e diretta verso il basso!

STRUTTURA FITTIZIA o SISTEMA LAVORANTE per il calcolo di M_C

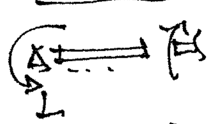
Usata per definire forze e cs equilibrate!



Calcoliamo RV e CS nella struttura fittizia (RV con metodo grafico!)

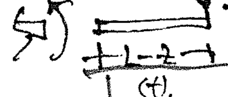


TRATTO AB $0 \le z \le L\sqrt{2}$



$$\boxed{M^{(f)}(z) = -L}$$

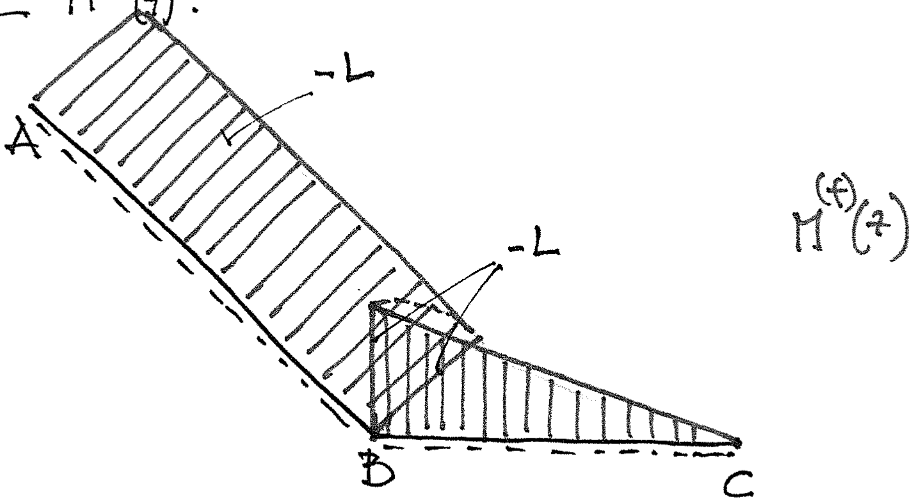
TRATTO BC $0 \le z \le L$



$$\boxed{M^{(f)}(z) = -(L-z)}$$

$M_B = -L$
$M_C = \emptyset$

Diagramma $M^{(f)}(z)$:



Applicando il PLV-MdFU nella forma $L_{ve}=L_{vi}$ può scriversi:

$$L_{ve} = 1\cdot\eta_C + \sum_j R_j^{(f)}\eta_j^{(r)} = 1\cdot\eta_C + \underbrace{R_{y_B}^{(f)}}_{+1}\ \underbrace{\eta_B^{(r)}}_{-\varepsilon \underbrace{R_{y_B}^{(r)}}_{-\varepsilon q L}} = \eta_C - \varepsilon q L$$

$$L_{vi} = \int_{Strutt} M^{(f)}\frac{M^{(r)}}{EI}\,dStr = \frac{1}{EI}\left[\int_{\overline{AB}} M^{(f)}M^{(r)}dz + \int_{\overline{BC}} M^{(f)}M^{(r)}dz\right] =$$

$$= \frac{1}{EI}\left\{\int_0^{L\sqrt{2}}[-L]\left[-\frac{qL^2}{2}\right]dz + \int_0^L\left[-(L-z)\right]\left[-\frac{q(L-z)^2}{2}\right]dz\right\} =$$

REM.: $(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

$$= \frac{1}{EI}\left\{\int_0^{L\sqrt{2}}\frac{qL^3}{2}dz + \int_0^L\frac{q}{2}\underbrace{(L-z)^3}dz\right\} = \quad \rightarrow L^3 - z^3 - 3L^2z + 3Lz^2$$

$$= \frac{q}{2EI}\left\{L^3[z]_0^{L\sqrt{2}} + L^3[z]_0^L - \left[\frac{z^4}{4}\right]_0^L - 3L^2\left[\frac{z^2}{2}\right]_0^L + \cancel{3}L\left[\frac{z^3}{\cancel{3}}\right]_0^L\right\} =$$

$$= \frac{q}{2EI}\left[L^4\sqrt{2} + L^4 - \frac{L^4}{4} - \frac{3}{2}L^4 + L^4\right] = \frac{qL^4}{2EI}\left[\sqrt{2}+\frac{1}{4}\right]$$

Risulta in definitiva:

$$\eta_C = \varepsilon q L + \frac{qL^4}{2EI}\left[\sqrt{2}+\frac{1}{4}\right]$$

positivo! verso il basso come F=1