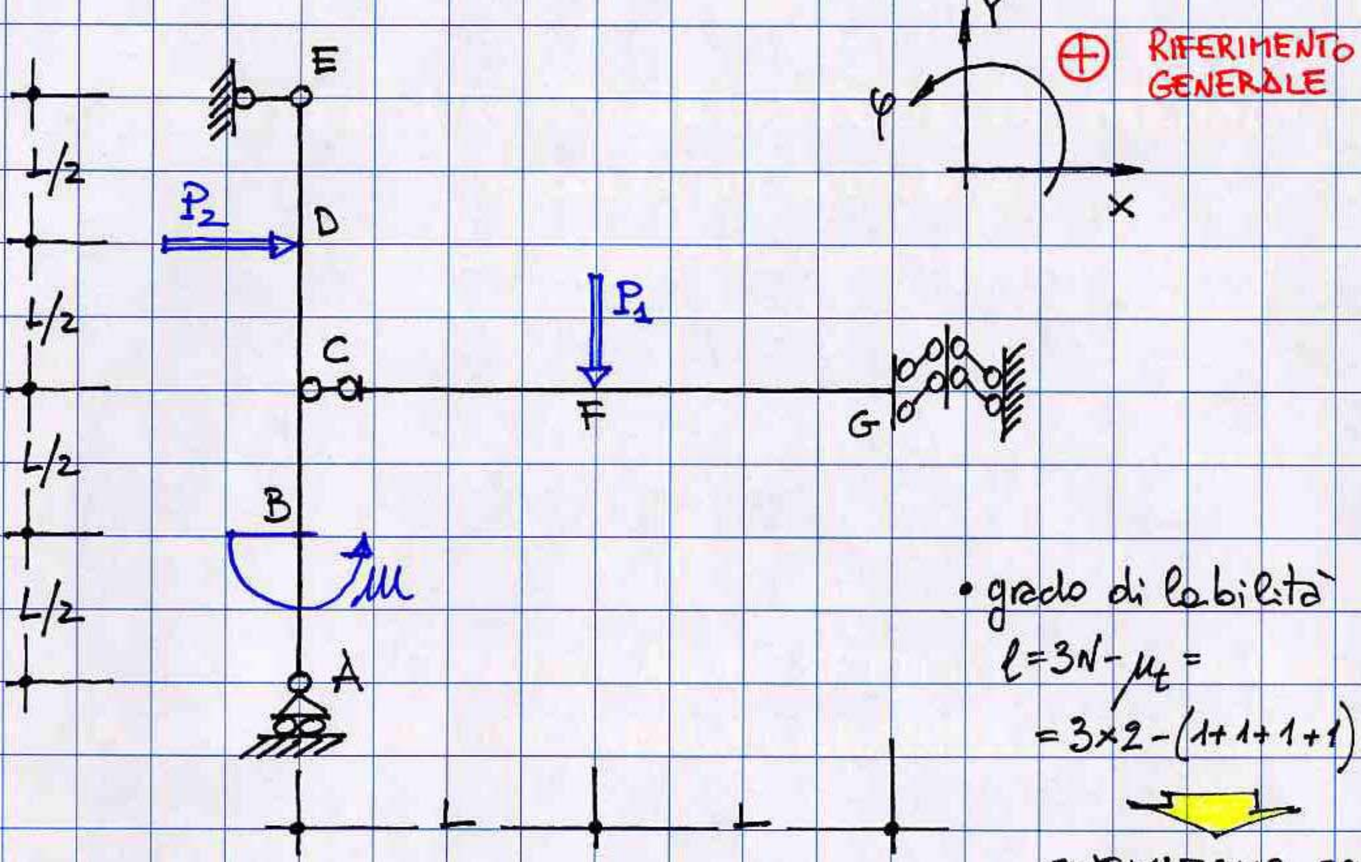
# ESERCIZIO # 8

DETERMINARE LE CONDIZIONI DI EQUILIBRIO DEL SEGUENTE CINEMATISMO:




• grado di labilità

$$l = 3N - \mu_t =$$
$$= 3 \times 2 - (1+1+1+1) = 2$$

CINEMATISMO CON 2 GRADI DI LIBERTÀ

- Il sistema in esame possiede 2 gradi di libertà (GL) di corpo rigido, esso può assumere quindi 2 classi di configurazioni cinematicamente ammissibili. Una configurazione variata del sistema è individuata da 2 parametri lagrangiani (o spostamenti indipendenti).

- Lo studio del sistema può condursi applicando il principio di sovrapposizione degli effetti; per ogni spostamento indipendente (o parametro lagrangiano) si individua la configurazione variata (spostata) del sistema ottenuta assumendo tale spostamento indipendente diverso da zero e ponendo nulli tutti gli altri (l'altro nel caso in esame). La configurazione variata così ottenuta è nota come meccanismo fondamentale.

la configurazione variata del cinematismo in esame si può quindi ottenere dalla sovrapposizione di tutti i meccanismi fondamentali individuati (due in questo caso).

- Le equazioni di equilibrio dei cinematismi hanno la forma generale $\underline{\underline{C}}^T \underline{F} = \underline{0}$ con $\underline{\underline{C}}^T$ := matrice di equilibrio; $\underline{F}$ := vettore dei carichi. La matrice di equilibrio può ottenersi come trasposta della matrice di compatibilità $\underline{\underline{C}}$, quest'ultima ha un numero di colonne pari al numero dei GL del sistema (o ciò che è lo stesso pari al numero di meccanismi fondamentali del sistema o, ancora, al numero di parametri lagrangiani) e, com'è noto, può costruirsi per colonne ricordando quanto segue. La i-esima colonna di $\underline{\underline{C}}$, la si denoti $\underline{c}_i$, coincide con il vettore degli spostamenti (dipendenti) dei punti ove sono applicati i carichi, $\delta \underline{u}_D$, valutato sull'i-esimo meccanismo fondamentale (valutato per $\delta\lambda_i = 1$), risulta infatti:

$$\underline{c}_i \equiv \delta \underline{u}_D \Big|_{MF\#i} = \delta \underline{u}_D \Big|_{\substack{\delta\lambda_i = 1 \\ \delta\lambda_j = 0,\ i \neq j}}$$

- Tenendo conto dei versi positivi individuati dal riferimento generale si assumono, nel caso in esame, i seguenti parametri lagrangiani:

$$\delta\lambda_1 = \delta\varphi_E \ , \quad \delta\lambda_2 = \delta u_{y_G} \ ,$$

questi consentono di definire due possibili meccanismi fondamentali (MF), in particolare:

MF #1 ottenuto ponendo: $\delta\lambda_1 = 1$ ; $\delta\lambda_2 = 0$ ;

MF #2 ottenuto ponendo: $\delta\lambda_1 = 0$ ; $\delta\lambda_2 = 1$ .

- Si definiscono inoltre i seguenti vettori:

VETTORE SPOSTAMENTI (DIPENDENTI) DEI PUNTI OVE SONO APPLICATI I CARICHI (COMPONENTI DI SPOSTAMENTO NELLA DIREZ. DEI CARICHI) $\rightarrow$

$$\delta\underline{u}_D = \begin{bmatrix} \delta\varphi_B \\ \delta u_{x_D} \\ \delta u_{y_F} \end{bmatrix} ; \quad \underline{F} = \begin{bmatrix} \mathcal{M} \\ P_2 \\ -P_1 \end{bmatrix} ;$$

$\leftarrow$ VETTORE DEI CARICHI (ORGANIZZATO COME $\delta\underline{u}_D$)

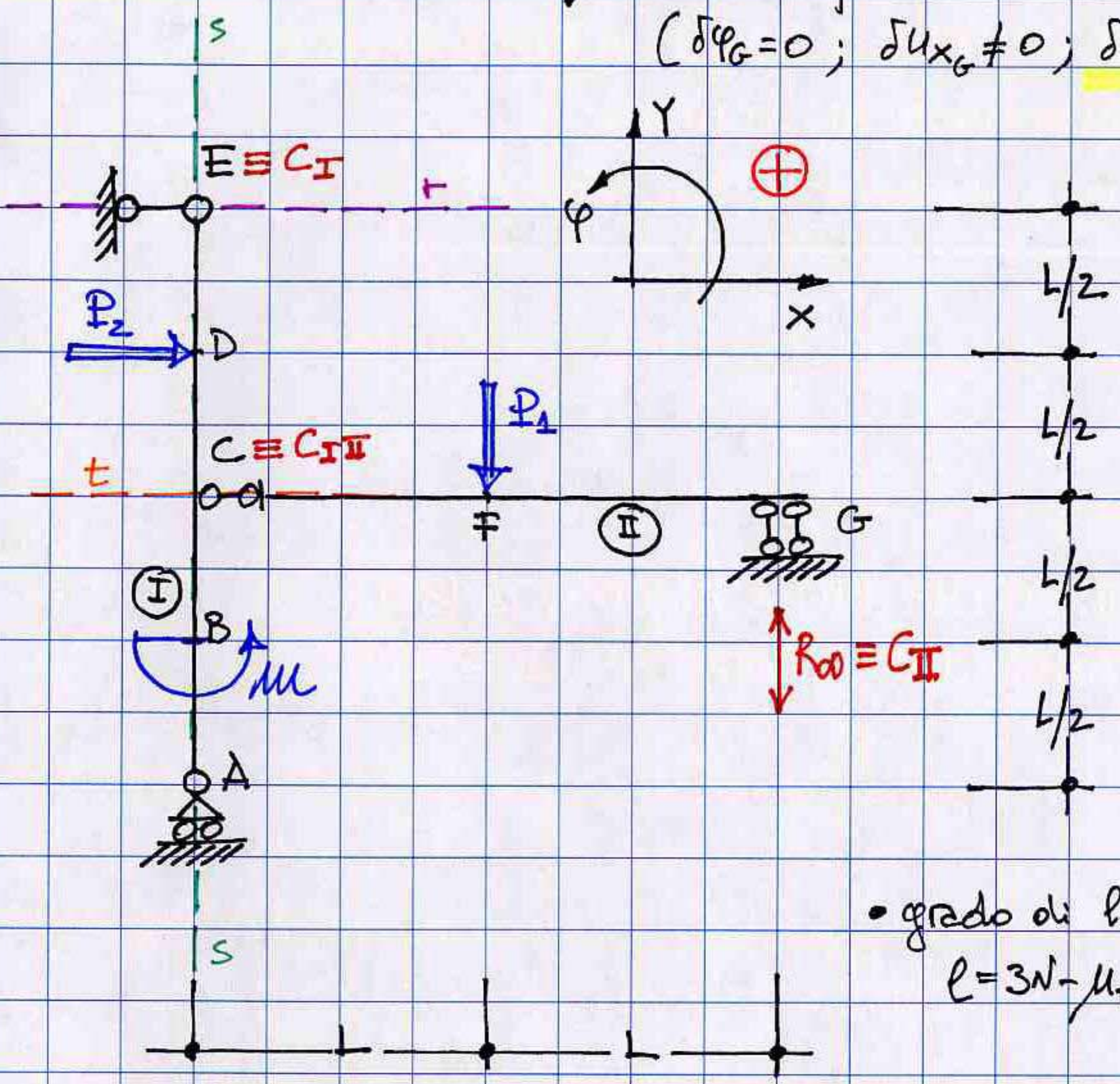
per quanto prima osservato, lo studio di tutti i meccanismi fondamentali conduce alla costruzione per colonne della matrice di compatibilità e di conseguenza al sistema $\underline{\underline{C}}^T \underline{F} = \underline{0}$ che fornisce le condizioni di equilibrio del cinematismo.

# MECCANISMO FONDAMENTALE #1

$\delta\lambda_1 = \delta\varphi_E = 1$

$\delta\lambda_2 = \delta u_{y_G} = 0$

A tal fine è sufficiente sostituire il doppio bipendolo in G ($\delta\varphi_G = 0$; $\delta u_{x_G} \neq 0$; $\delta u_{y_G} \neq 0$) con un bipendolo ad assi verticali ($\delta\varphi_G = 0$; $\delta u_{x_G} \neq 0$; $\delta u_{y_G} = 0$).




• grado di labilità

$$\ell = 3N - \mu_t = 3 \times 2 - (1+1+1+2) = 1$$

• Individuazione Centri Assoluti e Relativo di rotazione:

CARRELLO A → $C_I \in s$

PENDOLO E → $C_I \in r$

⇒ $C_I \equiv E$

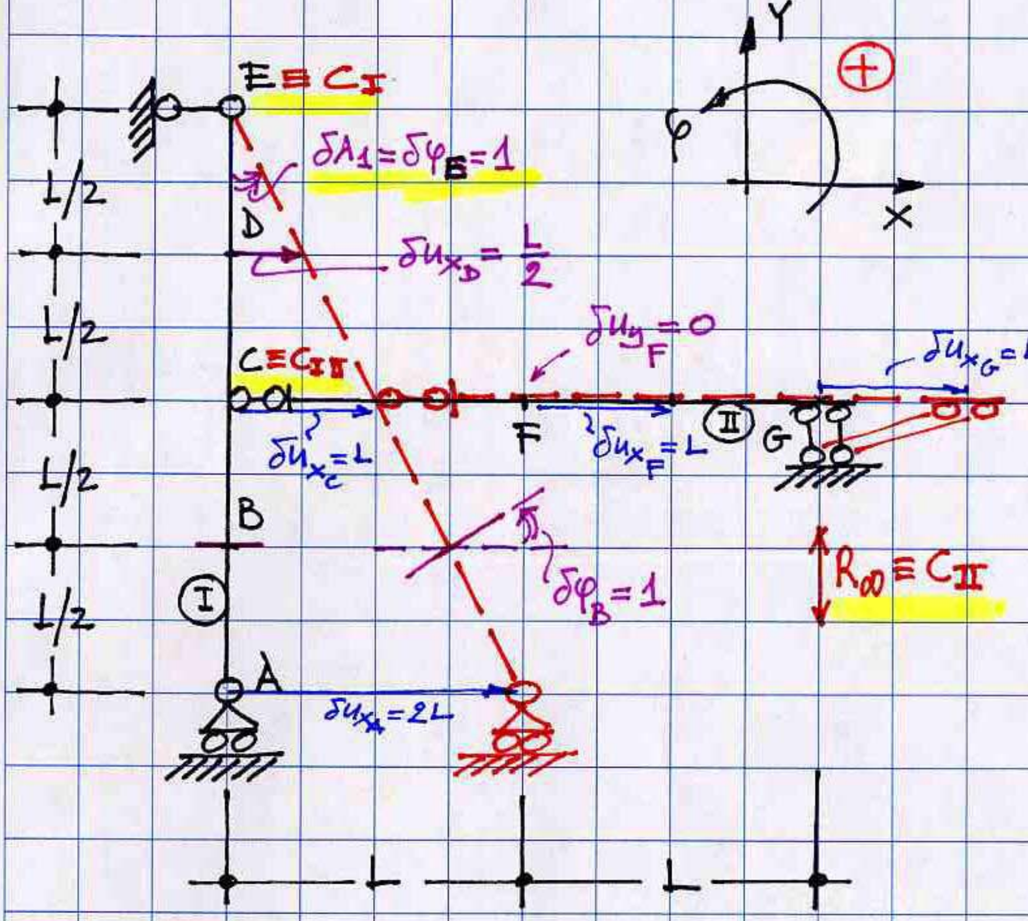
DOPPIO PENDOLO G → $C_{II} \equiv R_\infty$ ↕

PENDOLO C → $C_{I,II} \in t$

$C_{I,II}$ deve $\in t$ ed essere allineato con $C_I$ e $C_{II}$ ⇒ $C_{I,II} \equiv C$

FUSCHI
PISANO
SOFI

- spostata per $\delta\lambda_1 = 1$ (MF #1)



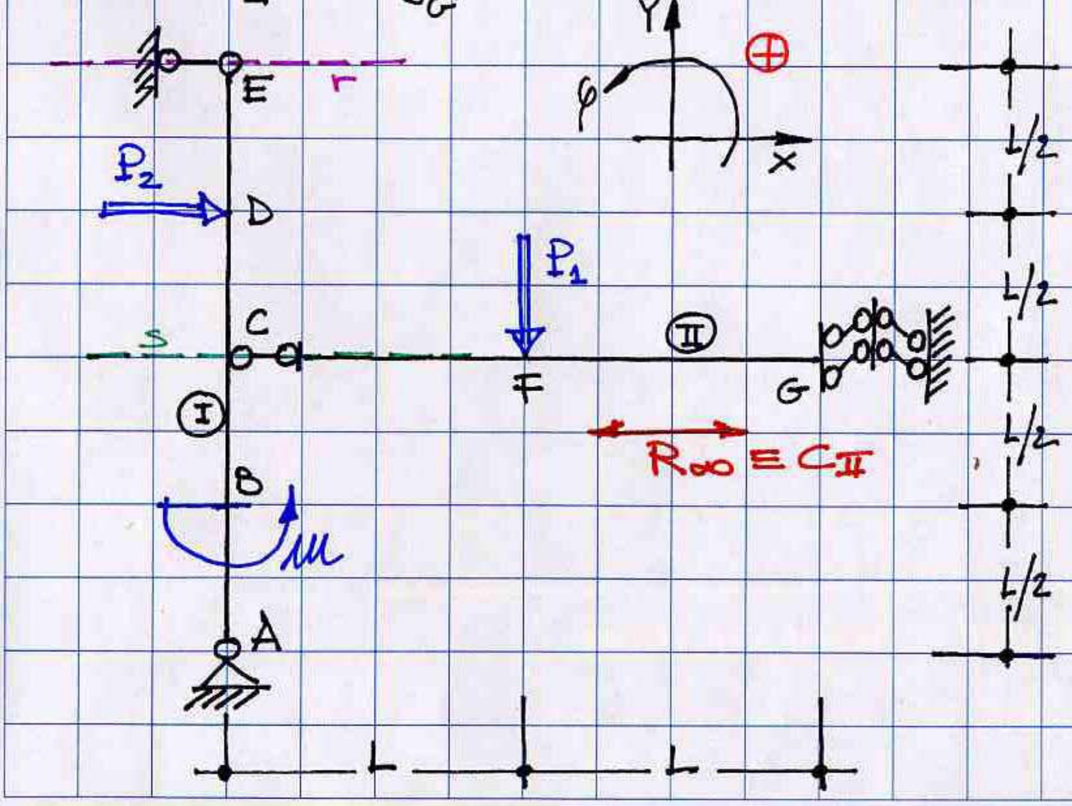

$$\underline{C}_1 = \delta \underline{u}_D \Big|_{MF\#1} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{L}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

- MECCANISMO FONDAMENTALE #2

$\delta\lambda_1 = \delta\varphi_E = 0$

$\delta\lambda_2 = \delta u_{y_G} = 1$

A tal fine è sufficiente sostituire il carrello in A ($\delta\varphi_A \neq 0$; $\delta u_{x_A} \neq 0$; $\delta u_{y_A} = 0$) con una cerniera fissa ($\delta\varphi_A \neq 0$; $\delta u_{x_A} = \delta u_{y_A} = 0$)




- grado di labilità

$l = 3N - \mu_t =$

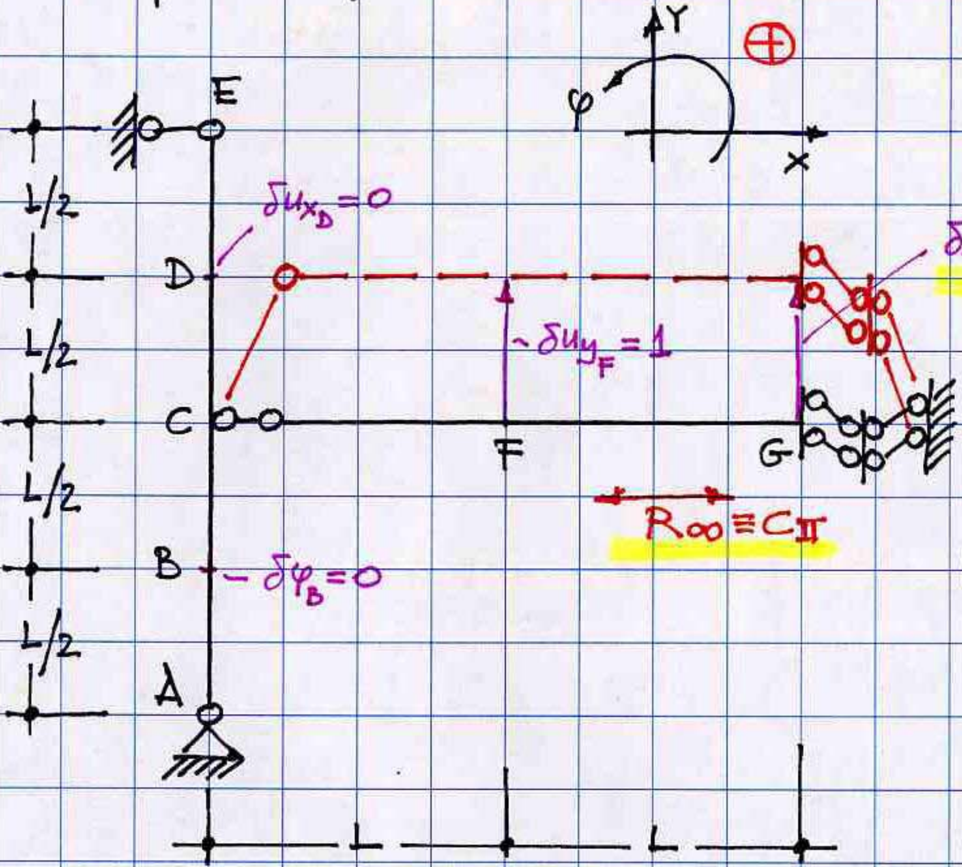
$= 3 \times 2 - (2+1+1) = 1$

- Individuazione Centri Assoluti e Relativo di rotazione:

CERNIERA A $\rightsquigarrow C_I \equiv A$
PENDOLO E $\rightsquigarrow C_I \in r$ $\Rightarrow \nexists\, C_I \rightsquigarrow$ il corpo (I) è "isostatico per vincoli esterni"

PENDOLO C $\rightsquigarrow C_{II} \in s$
DOPPIO BIPENDOLO G $\rightsquigarrow C_{II} \in r_\infty$ $\Rightarrow C_{II} \equiv R_\infty$

- spostata per $\delta\lambda_2 = 1$ (MF #2)




$$\underline{C}_2 \equiv \delta\underline{u}_D\Big|_{MF\#2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Si ha in definitiva:

$$\underline{C} = [\underline{C}_1\ \underline{C}_2] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{L}{2} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ e quindi } \underline{C}^T \underline{F} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{L}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{M} \\ P_2 \\ -P_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

da cui:

$$\begin{cases} \mathcal{M} + P_2 \frac{L}{2} = 0 \\ -P_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathcal{M} = -\frac{P_2 L}{2} \\ P_1 = 0 \end{cases}$$

CONDIZIONI DI EQUILIBRIO DEL CINEMATISMO