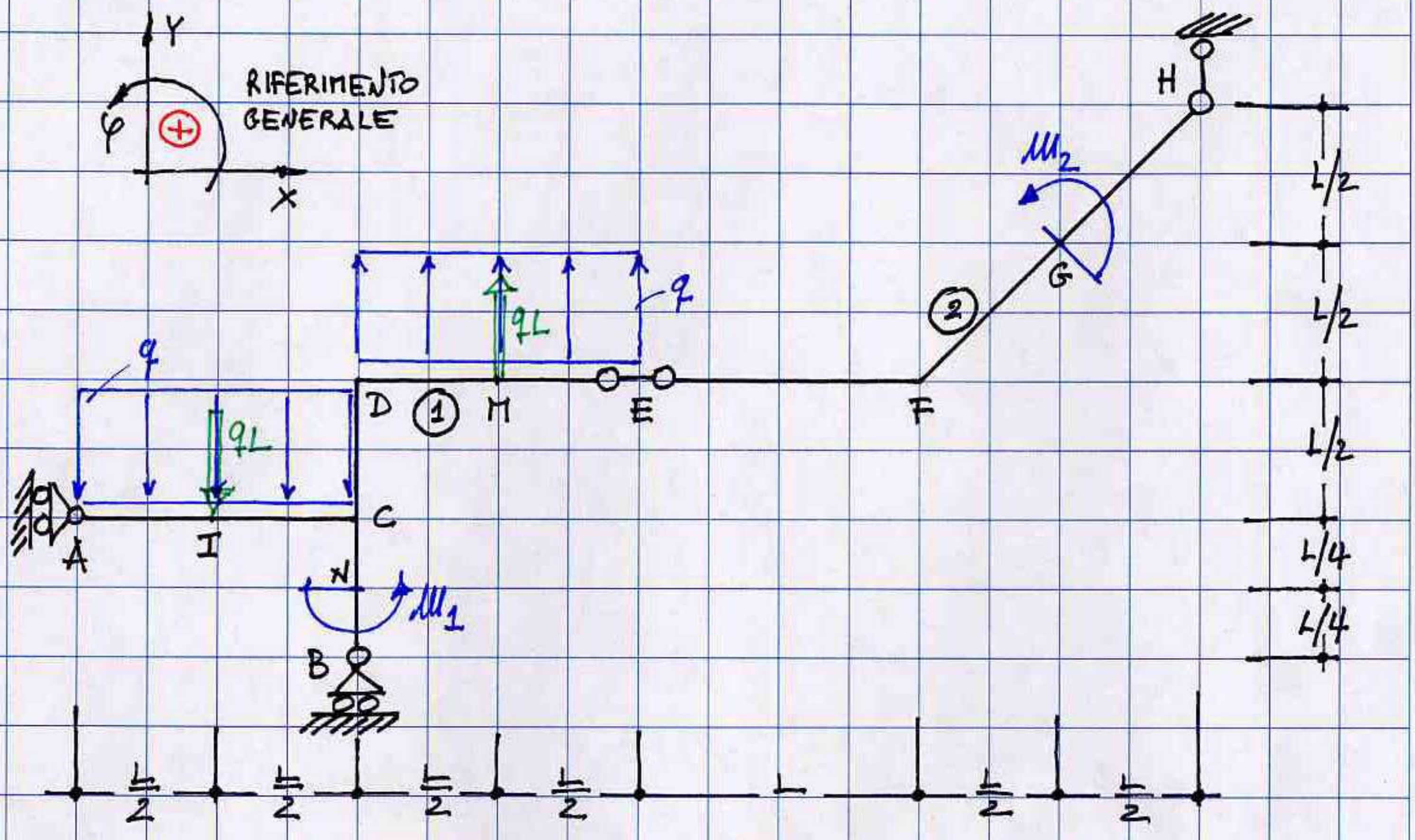
ESERCIZIO # 10

DETERMINARE LE CONDIZIONI DI EQUILIBRIO DEL SEGUENTE CINEMATISMO:



- Grado di labilità:

$$l = 3N - \mu_t = 3 \times 2 - (1+1+1+1) = 2$$

CINEMATISMO CON 2 GRADI DI LIBERTÀ

- Il sistema in esame possiede 2 gradi di libertà (GL) di corpo rigido, esso può assumere quindi 2 classi di configurazioni cinematicamente ammissibili. Una configurazione variata del sistema è individuata da 2 parametri lagrangiani (o spostamenti indipendenti). I carichi distribuiti sono sostituiti da carichi concentrati equivalenti.

SCBAA LABSTA
campus one
FUSCHI
PISANO
SOFI

- Lo studio del sistema può condursi applicando il principio di sovrapposizione degli effetti, per ogni spostamento indipendente (o parametro lagrangiano) si individua la configurazione variata (spostata) del sistema ottenuta assumendo tale spostamento indipendente diverso da zero e ponendo nulli tutti gli altri (l'altro nel caso in esame). La configurazione variata così ottenuta è nota come meccanismo fondamentale.

la configurazione variata del cinematismo in esame si può quindi ottenere dalla sovrapposizione di tutti i meccanismi fondamentali individuati (due in questo caso).

- Le equazioni di equilibrio dei cinematismi hanno la forma generale $\underline{\underline{C}}^T \underline{F} = \underline{0}$ con $\underline{\underline{C}}^T :=$ matrice di equilibrio; $\underline{F} :=$ vettore dei carichi. La matrice di equilibrio può ottenersi come trasposta della matrice di compatibilità $\underline{\underline{C}}$, quest'ultima ha un numero di colonne pari al numero di GL del sistema (ovvero al numero dei meccanismi fondamentali o, ancora, al numero di parametri lagrangiani) e, com'è noto, può essere costruita per colonne ricordando quanto segue. La i-esima colonna di $\underline{\underline{C}}$, la si denoti $\underline{C}_i$, coincide con il vettore degli spostamenti (dipendenti) dei punti ove sono applicati i carichi, $\delta \underline{u}_D$, valutato sull'i-esimo meccanismo fondamentale (ottenuto per $\delta\lambda_i = 1$), risulta infatti:

$$\underline{C}_i \equiv \delta \underline{u}_D \Big|_{MF\#i} = \delta \underline{u}_D \Big|_{\substack{\delta\lambda_i = 1 \\ \delta\lambda_j = 0,\ i \neq j}}$$

SCBAA LABSTA
campus one
FUSCHI
PISANO
SOFI

- Tenendo conto dei versi positivi individuati dal riferimento generale si assumono, nel caso in esame, i seguenti parametri lagrangiani:

$$\delta\lambda_1 = \delta\varphi_C \; ; \quad \delta\lambda_2 = \delta u_{x_H} \, ,$$

questi consentono di definire due possibili meccanismi fondamentali (MF), in particolare:

$$MF\,\#1 \;\rightsquigarrow\; \delta\lambda_1 = 1 \; ; \; \delta\lambda_2 = 0 \; ;$$
$$MF\,\#2 \;\rightsquigarrow\; \delta\lambda_1 = 0 \; ; \; \delta\lambda_2 = 1 \, .$$

- Si definiscono inoltre i seguenti vettori:

VETTORE SPOSTAMENTI (DIPENDENTI) DEI PUNTI OVE SONO APPLICATI I CARICHI (COMPONENTI DI SPOST. NELLA DIREZIONE DEI CARICHI).

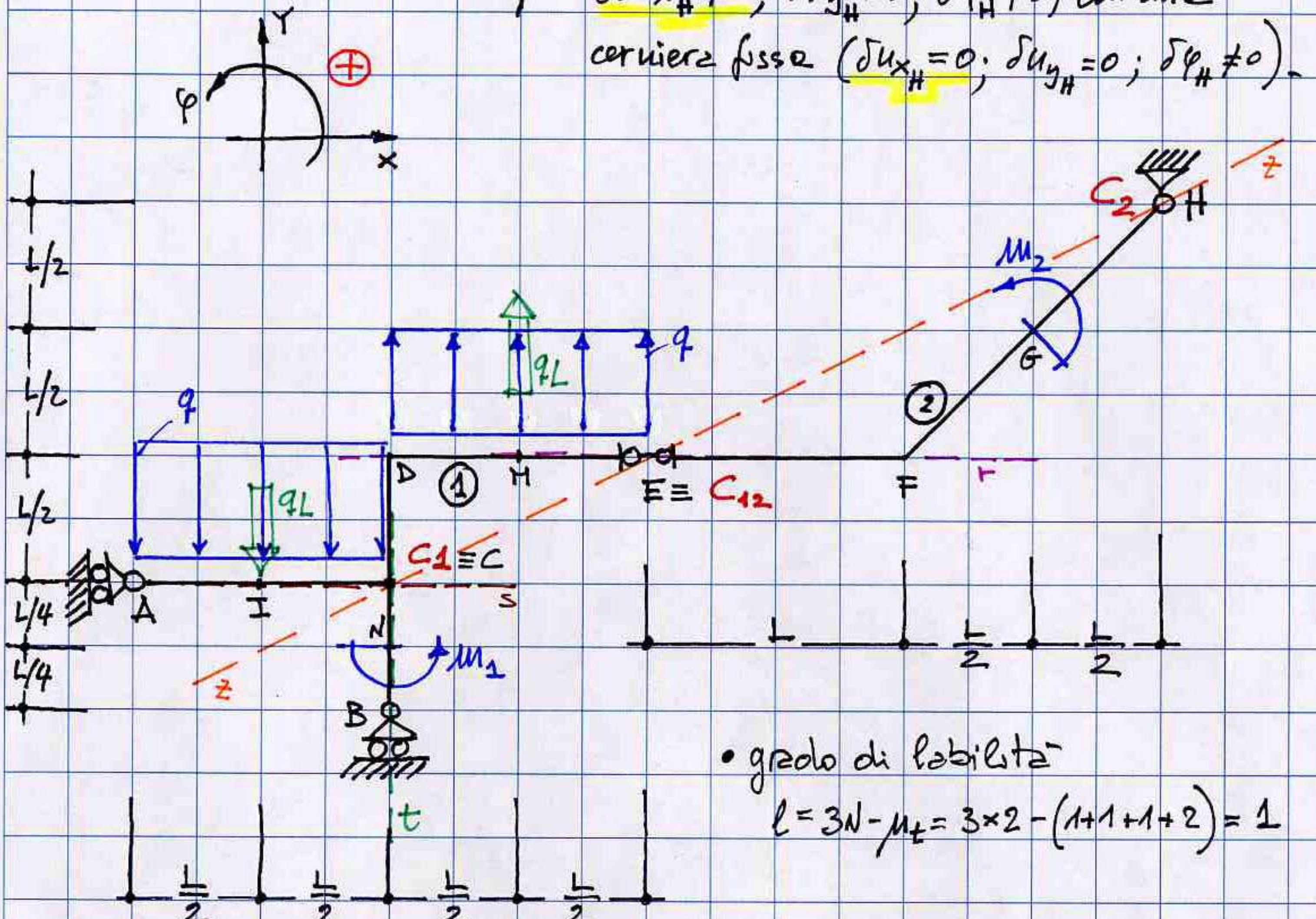
$$\delta\underline{u}_D = \begin{bmatrix} \delta u_{y_I} \\ \delta u_{y_M} \\ \delta\varphi_N \\ \delta\varphi_G \end{bmatrix} \; ; \quad \underline{F} = \begin{bmatrix} -qL \\ qL \\ \mathcal{M}_1 \\ \mathcal{M}_2 \end{bmatrix} \; ;$$

VETTORE DEI CARICHI (ORGANIZZATO COME $\delta\underline{u}_D$)

per quanto prima osservato, lo studio di tutti i meccanismi fondamentali conduce alla costruzione per colonne della matrice di compatibilità e di conseguenza al sistema $\underline{C}^T\underline{F} = \underline{0}$ che fornisce le condizioni di equilibrio del cinematismo.

MECCANISMO FONDAMENTALE # 1

$\delta\lambda_1 = \delta\varphi_C = 1$
$\delta\lambda_2 = \delta u_{x_H} = 0$ $\Rightarrow$ A tal fine è sufficiente sostituire il pendolo H ($\delta u_{x_H} \neq 0$; $\delta u_{y_H} = 0$; $\delta\varphi_H \neq 0$) con una cerniera fissa ($\delta u_{x_H} = 0$; $\delta u_{y_H} = 0$; $\delta\varphi_H \neq 0$).



- grado di labilità
$l = 3N - \mu_t = 3\times 2 - (1+1+1+2) = 1$

- Individuazione Centri Assoluti e Relativo di rotazione:

CARRELLO A $\rightsquigarrow$ $C_1 \in s$
CARRELLO B $\rightsquigarrow$ $C_1 \in t$ $\Rightarrow$ $C_1 \equiv C$

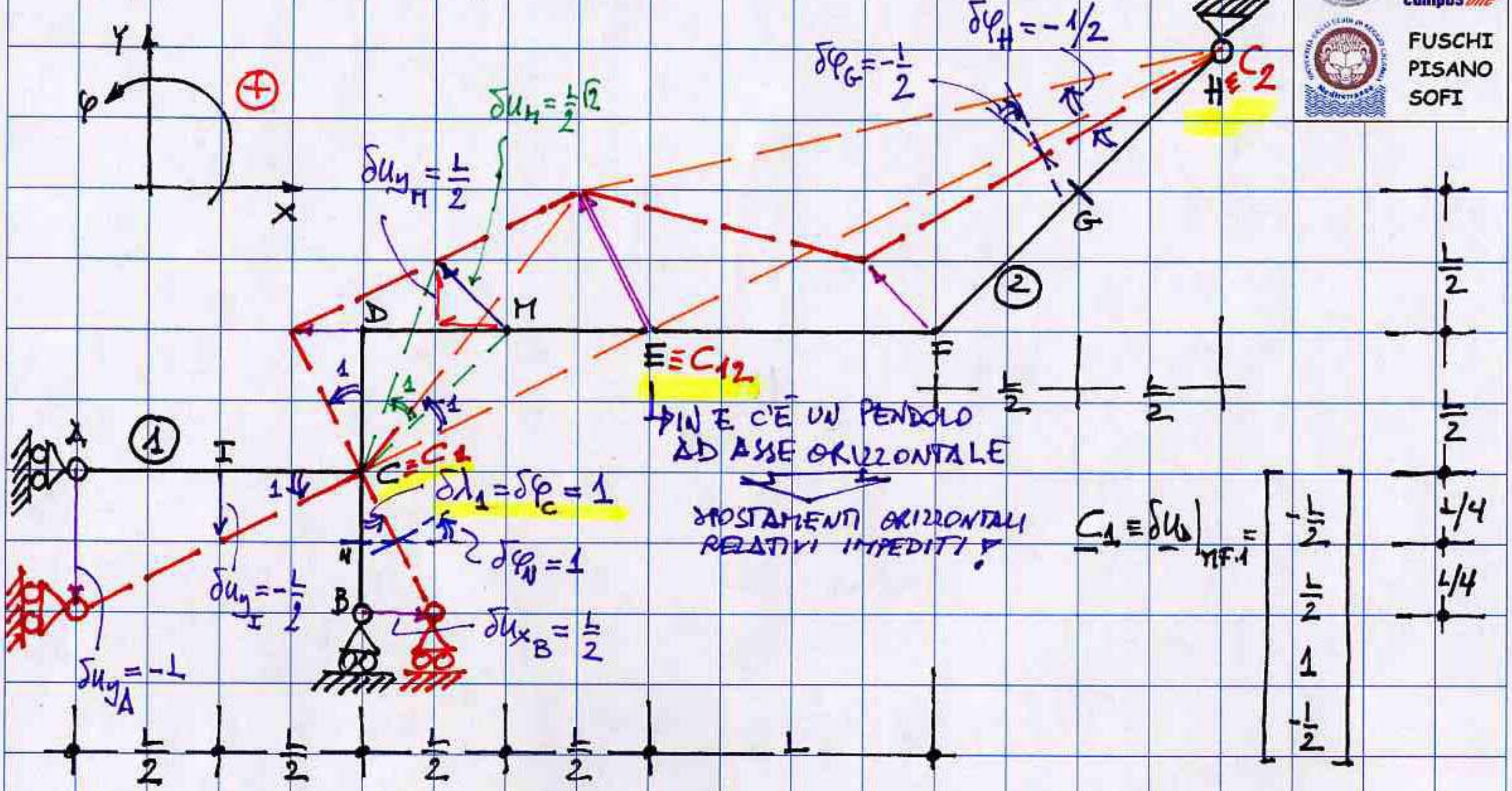
CERNIERA H $\rightsquigarrow$ $C_2 \equiv H$

PENDOLO E $\rightsquigarrow$ $C_{12} \in r$

$\Downarrow$

C_{12} deve inoltre essere allineato con C_1 e C_2, cioè deve $\in z$ $\Rightarrow$ $C_{12} \equiv E$

- spostata MF # 1 ($\delta\lambda_1 = \delta\varphi_C = 1$)



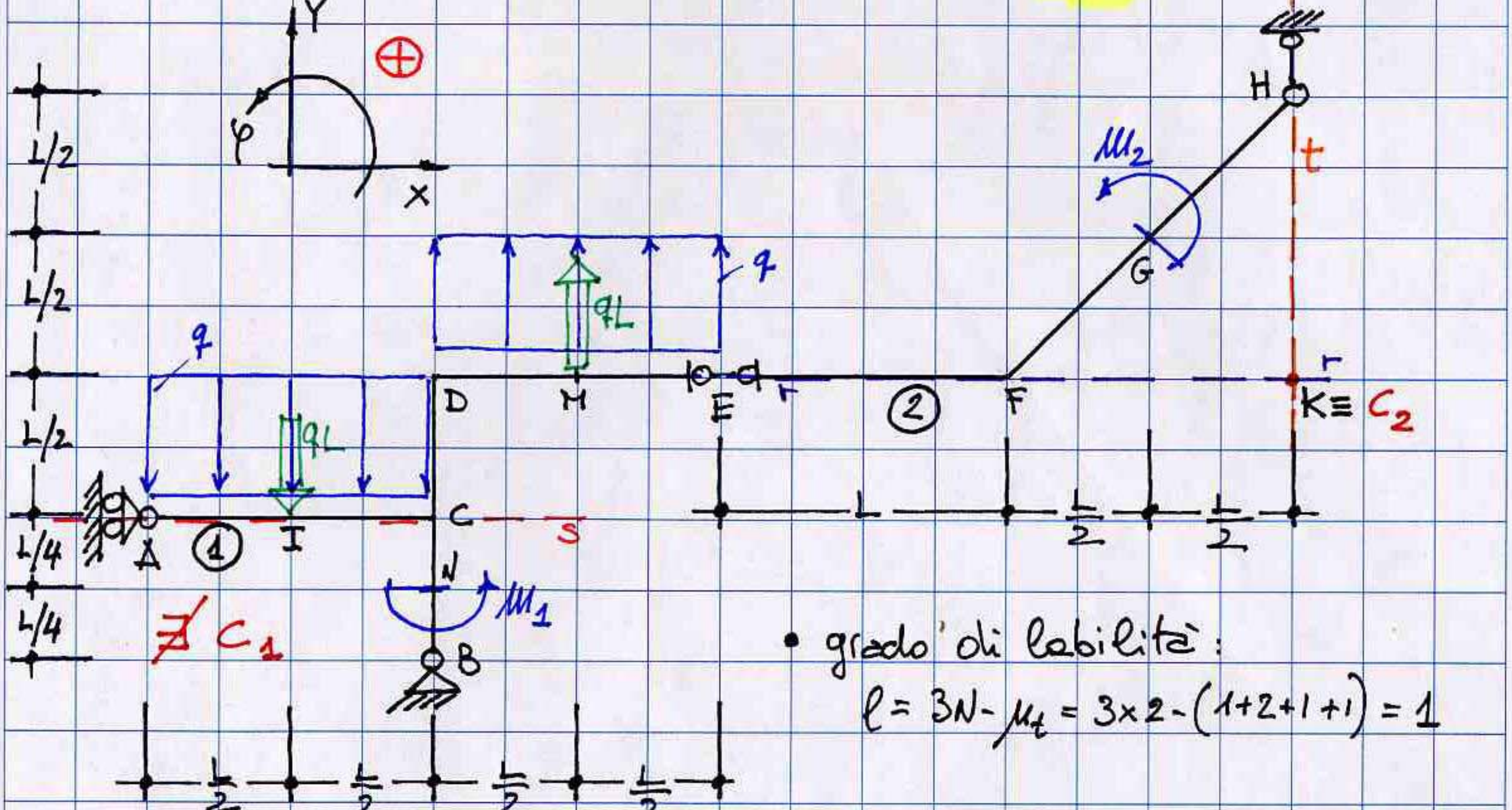
$$\underline{C}_1 \equiv \delta \underline{u}_D \Big|_{MF.1} = \begin{bmatrix} -\frac{L}{2} \\ \frac{L}{2} \\ 1 \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

- **MECCANISMO FONDAMENTALE # 2**

$\delta\lambda_1 = \delta\varphi_C = 0$

$\delta\lambda_2 = \delta u_{x_H} = 1$

⇨ A tal fine è sufficiente sostituire il carrello B ($\delta u_{x_B} \neq 0$; $\delta u_{y_B} = 0$; $\delta\varphi_B \neq 0$) con una cerniera fissa ($\delta u_{x_B} = 0$; $\delta u_{y_B} = 0$; $\delta\varphi_B \neq 0$).



- grado di labilità:

$\ell = 3N - \mu_t = 3 \times 2 - (1+2+1+1) = 1$

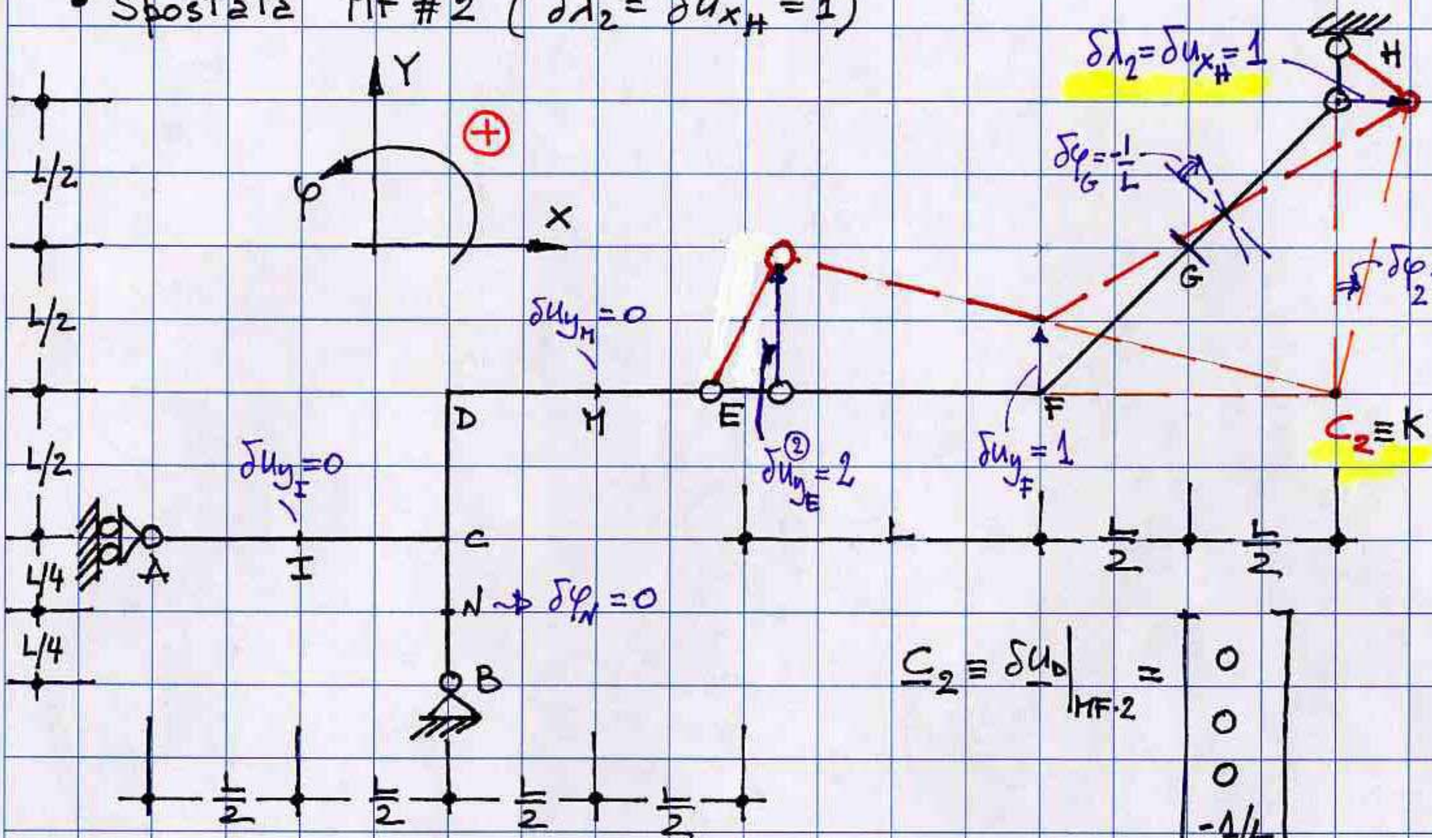
FUSCHI
PISANO
SOFI

- Individuazione Centri Assoluti e Relativo di rotazione:

CERNIERA B $\rightsquigarrow C_1 \equiv B$
CARRELLO A $\rightsquigarrow C_1 \in s$ $\Rightarrow \nexists\, C_1$

PENDOLO E $\rightsquigarrow C_2 \in r$
PENDOLO H $\rightsquigarrow C_2 \in t$ $\Rightarrow C_2 \equiv K$

- Spostata MF # 2 $\left(\delta\lambda_2 = \delta u_{x_H} = 1\right)$



$$\underline{C}_2 \equiv \delta \underline{u}_D\Big|_{MF\cdot 2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1/L \end{bmatrix}$$

- Si ha in definitiva:

$$\underline{\underline{C}} = \left[\underline{C}_1 \;\; \underline{C}_2\right] = \begin{bmatrix} -\frac{L}{2} & 0 \\ \frac{L}{2} & 0 \\ 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{L} \end{bmatrix} \quad \text{e quindi} \quad \underline{\underline{C}}^T \underline{F} = \begin{bmatrix} -\frac{L}{2} & \frac{L}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -qL \\ qL \\ M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

da cui:

$$\begin{cases} \dfrac{qL^2}{2} + \dfrac{qL^2}{2} + M_1 - \dfrac{M_2}{2} = 0 \\ -\dfrac{M_2}{L} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M_1 = -qL^2 \\ M_2 = 0 \end{cases}$$

CONDIZIONI DI EQUILIBRIO DEL CINEMATISMO!