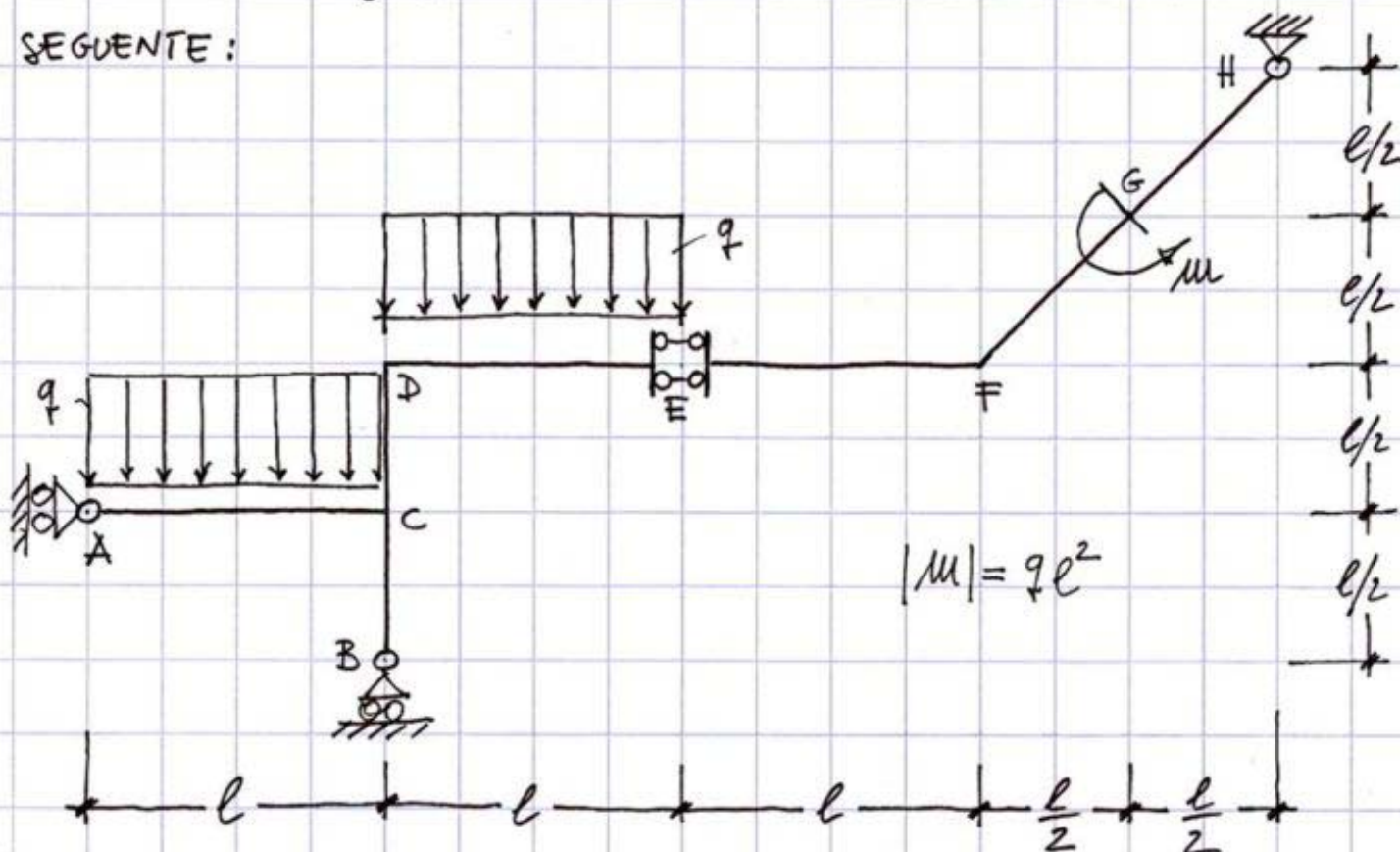


ESERCIZIO #1

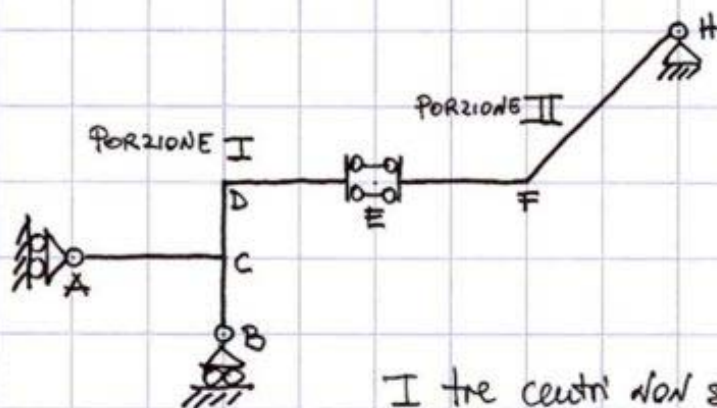
DETERMINARE LE REAZIONI VINCOLARI (RV), LE FUNZIONI CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE (CS) E I RELATIVI DIAGRAMMI PER LA STRUTTURA SEGUENTE:



- GRADO DI LIBERTA' APPARENTE

$$l = 3N - M_t = 3 \times 2 - (1 + 1 + 2 + 2) = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{C.N. per l'isostaticità OK!}$$

- EFFICACIA CINEMATICA VINCOLI



CARRELLO A + CARRELLO B =

= CERNIERA IDEALE in C $\Rightarrow C_I \equiv C$

BIPENDOLO E $\Rightarrow C_{II} \equiv R_{\infty}$

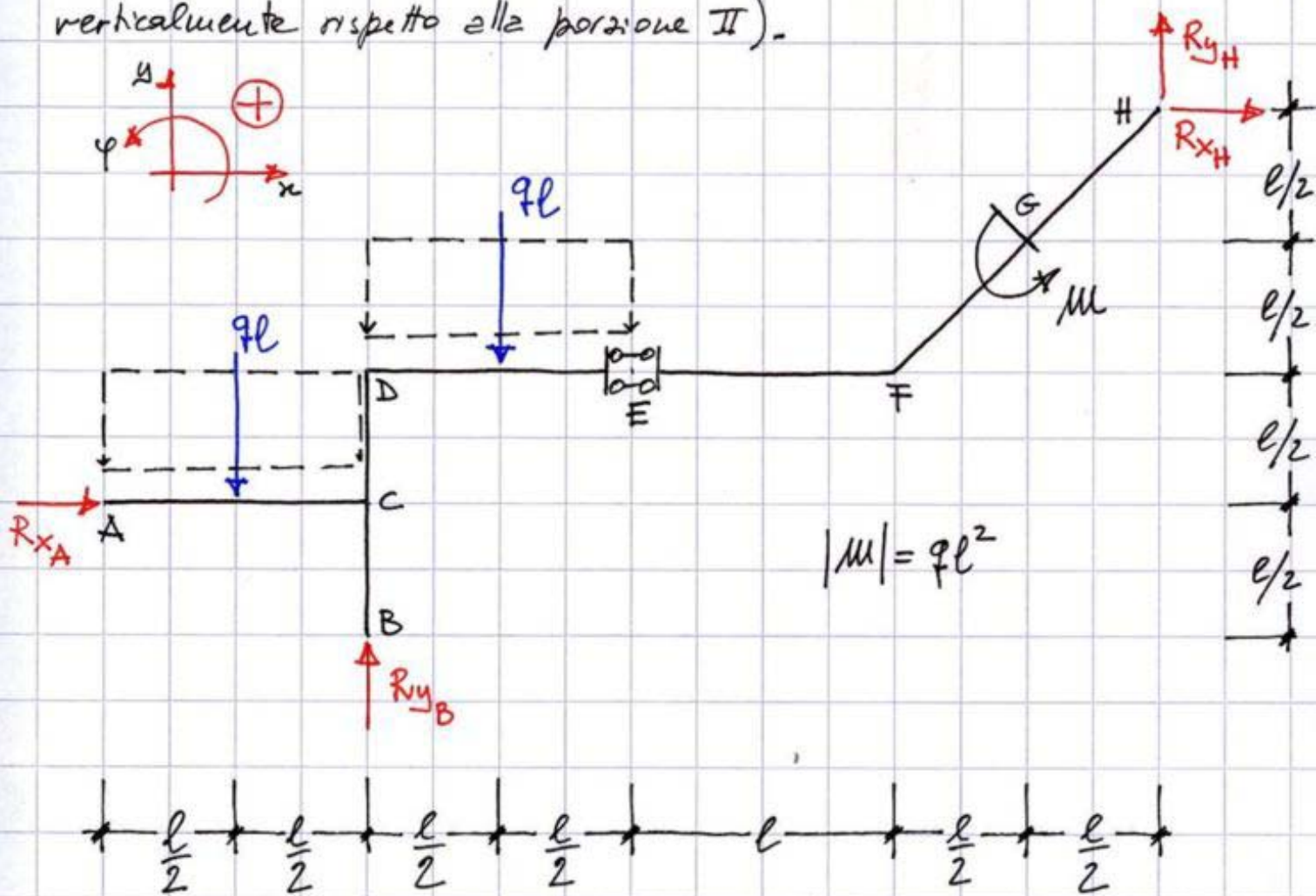
CERNIERA H $\Rightarrow C_{III} \equiv H$

I tre centri non sono ALLINEATI \Rightarrow SISTEMA ISOSTATICO!
(Non è soddisfatto il 1° Teorema delle catene cinematiche)

• DETERMINAZIONE DELLE REAZIONI VINCOLARI (RV)

RV - metodo analitico

1. Ai fini della valutazione delle RV i carichi distribuiti possono essere sostituiti con carichi concentrati equivalenti.
2. Si risolve il sistema in termini di reazioni vincolari esterne, a tal fine i vincoli esterni sono sostituiti dalle reazioni che essi sono potenzialmente in grado di esplicare. Si hanno in questo caso 4 componenti di reazione incognite.
3. Si scrivono: 3 equazioni di equilibrio globale (riferite cioè all'intero sistema); 1 equazione di equilibrio parziale, quest'ultima tenendo conto della funzione cinematica del bipendolo interno E (per esempio in questo caso si impone che la porzione I non trasli verticalmente rispetto alla porzione II).



$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow R_{xA} + R_{xH} = 0 \rightarrow \boxed{R_{xA} = -\frac{2M}{3l}} \quad (4) (*)$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow R_{yB} - 2ql + R_{yH} = 0 \rightarrow \boxed{R_{yH} = 0} \quad (2)$$

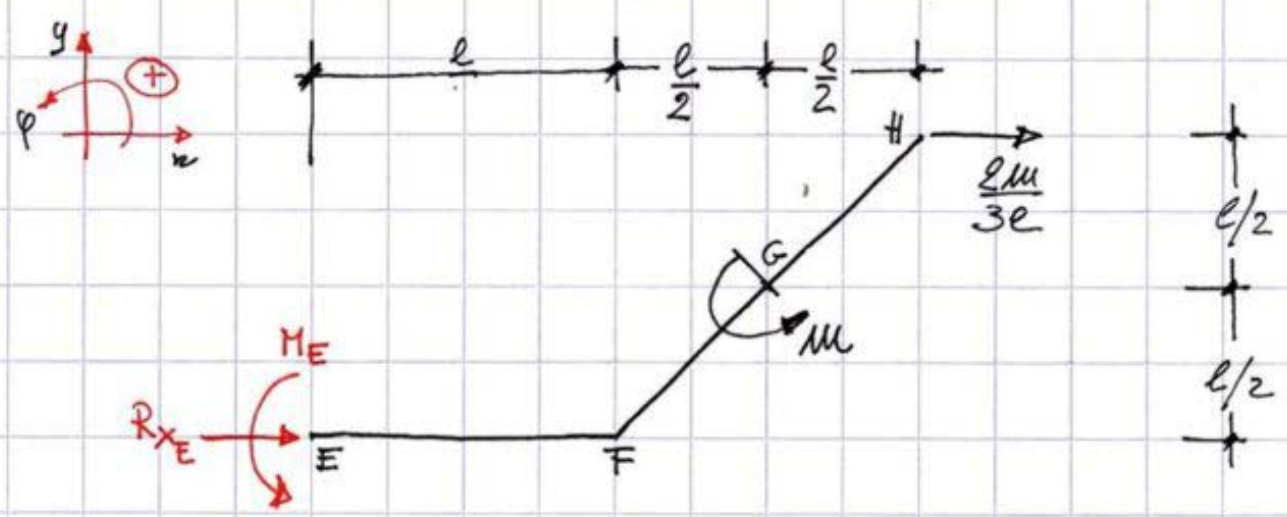
$$\Sigma M_C = 0 \rightarrow \frac{ql^2}{2} - \frac{ql^2}{2} + M + R_{yH} \cdot 3l - R_{xH} \cdot \frac{3}{2}l = 0 \rightarrow \boxed{R_{xH} = \frac{2M}{3l}} \quad (3)$$

$$\Sigma F_y^{(ABCDE)} = 0 \rightarrow R_{yB} - 2ql = 0 \rightarrow \boxed{R_{yB} = 2ql} \quad (1)$$

N.B.: $\textcircled{1}$ = primo risultato; $\textcircled{2}$ = secondo risultato (ottenuto per sostituzione di $\textcircled{1}$); $\textcircled{3}$ =

(*) Il valore trovato è negativo? Il verso effettivo di R_{xA} è opposto a quello ipotizzato.

4. Le componenti di reazione interne del bipendolo E possono trovarsi indifferentemente imponendo l'equilibrio di I o di II. A tal fine sostituendo il bipendolo E con le reazioni che esso è in grado di esplicare si impone l'equilibrio della porzione di struttura considerata applicando su di essa le reazioni esterne note oltre, ovviamente, i carichi su di essa agenti.



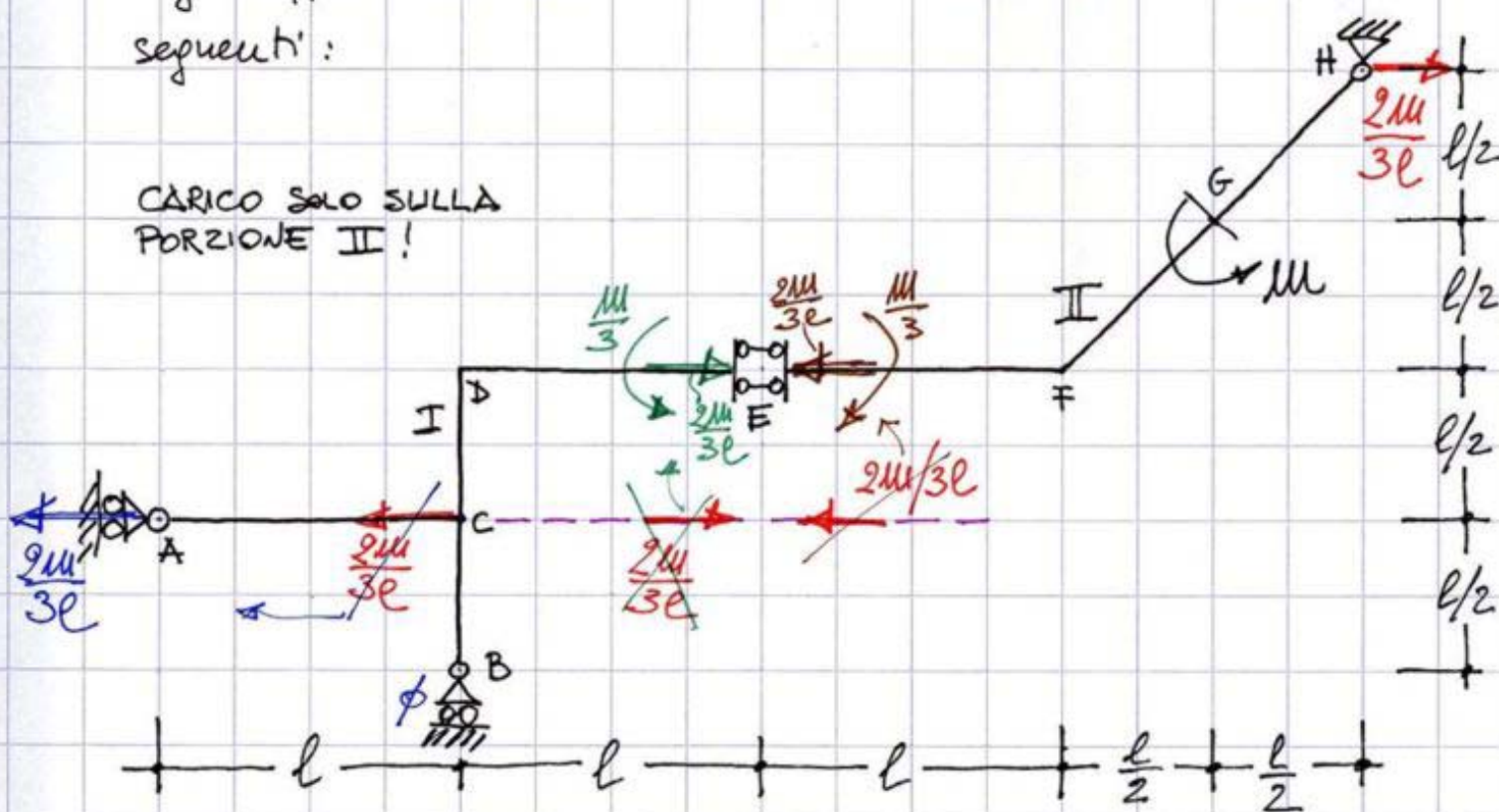
$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_{xE} + \frac{2M}{3l} = 0 \rightarrow R_{xE} = -\frac{2M}{3l}$$

$$\sum M_E = 0 \rightarrow M_E + M - \frac{2M}{3l} \cdot l = 0 \rightarrow M_E = -\frac{M}{3}$$

RV - Metodo grafico

1. Il sistema non è isostatico per vincoli esterni, non presenta tratti "isostatici" (cioè di molteplicità vincoli $\mu_e + \mu_i = 3$), non presenta tratti scarrichi. Si applica quindi il principio di sovrapposizione degli effetti valutando le reazioni vincolari sui due schemi seguenti:

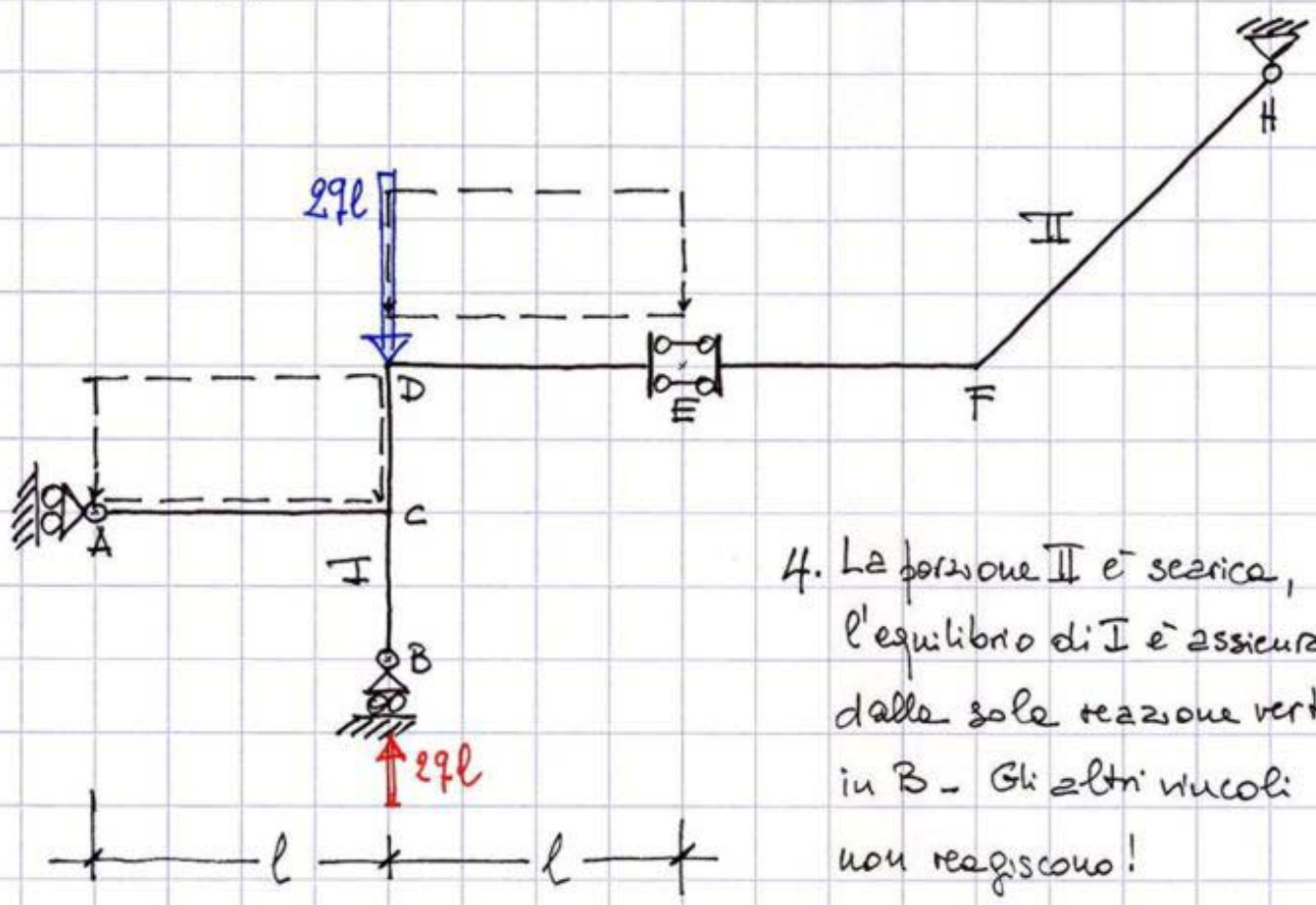
CARICO SOLO SULLA
PORZIONE II!



2. La porzione I di struttura è scarrica, ciò consente di individuare la retta d'azione della reazione del bipendolo E. (essa è parallela all'asse dei pendoli e passa per la cerniera ideale C).

3. Si può quindi imporre l'equilibrio di II e poi, nota R_E , imporre l'equilibrio di I.

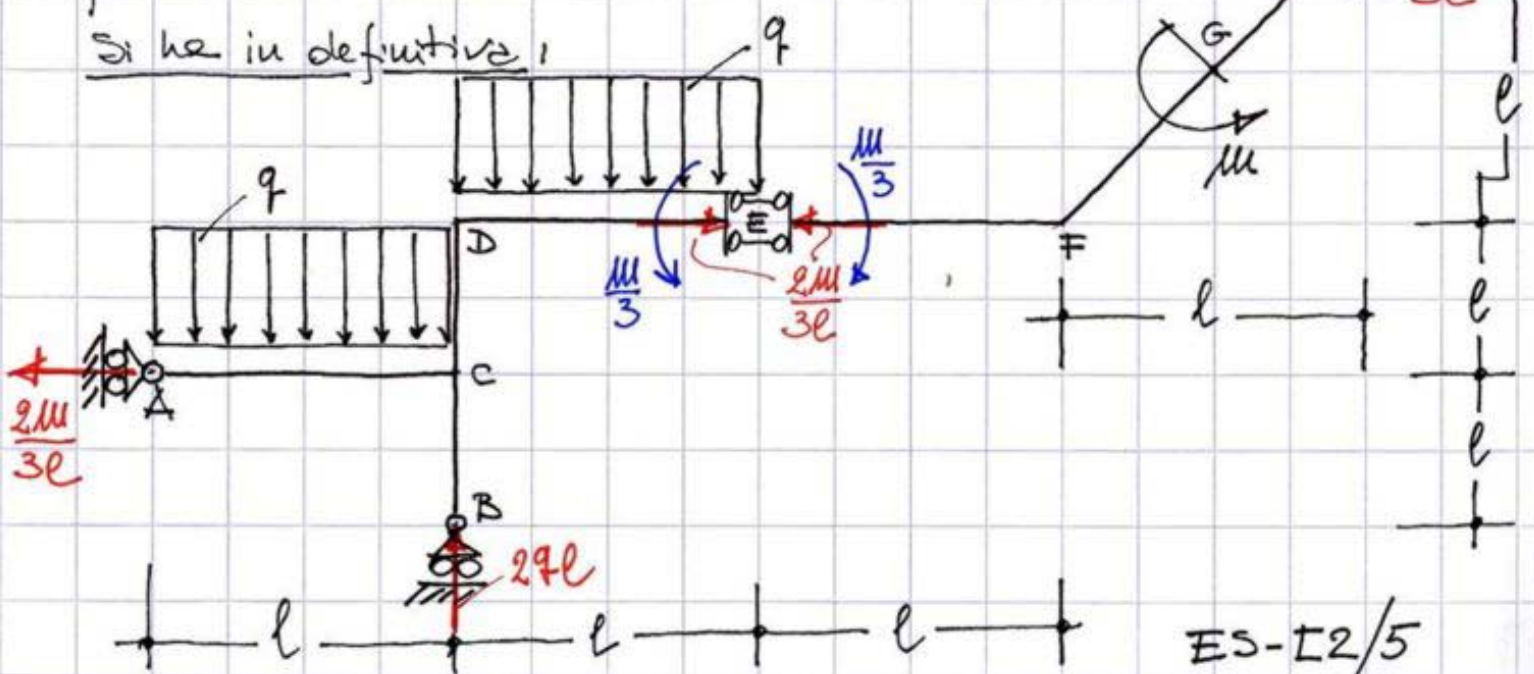
CARICO SOLO SULLA
 PORZIONE I!



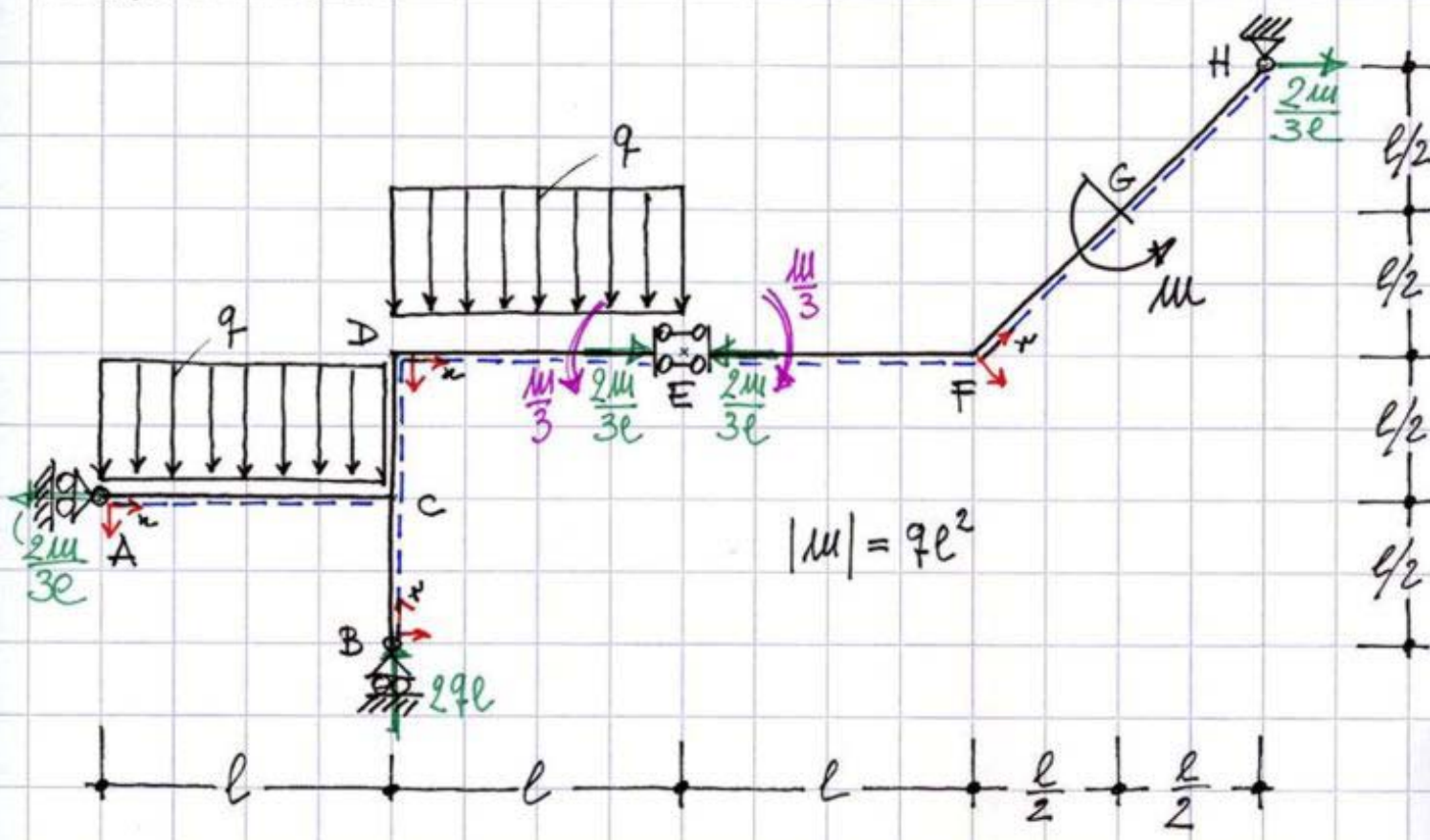
4. La porzione II è senza carico, l'equilibrio di I è assicurato dalle sole reazioni verticali in B. Gli altri vincoli non reagiscono!

È facile verificare che sovrapponendo gli effetti, cioè sommando per ogni vincolo le aliquote di reazione vincolare calcolate per le due condizioni di carico, si ottengono gli stessi risultati determinati per via analitica.

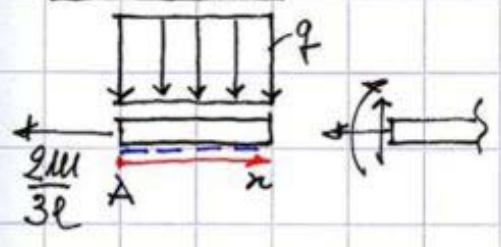
Si ha in definitiva:



- DETERMINAZIONE DELLE CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE (CS)
CS - metodo della sezione ideale per il calcolo di
 $N(x)$, $T(x)$ ed $M(x)$ -



TRATTO AC $0 \leq x \leq l$



$$N(x) = \frac{2M}{3l} \rightarrow = \frac{2}{3}ql ; T(x) = -qx$$

$$M(x) = -\frac{qx^2}{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M(x)|_{x=0} = \phi \\ M(x)|_{x=l} = -\frac{ql^2}{2} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T(x)|_{x=0} = 0 \\ T(x)|_{x=l} = -ql \end{array} \right.$$

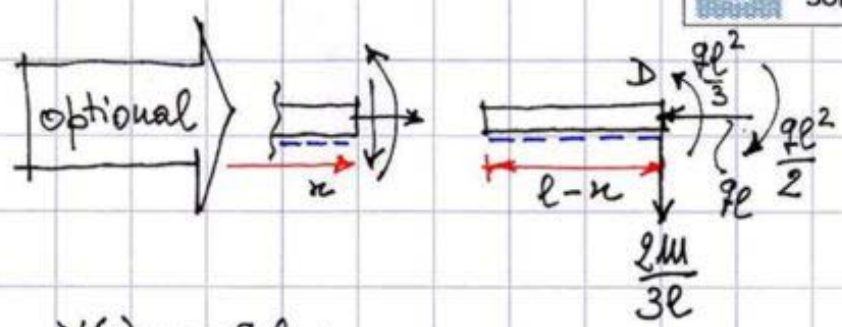
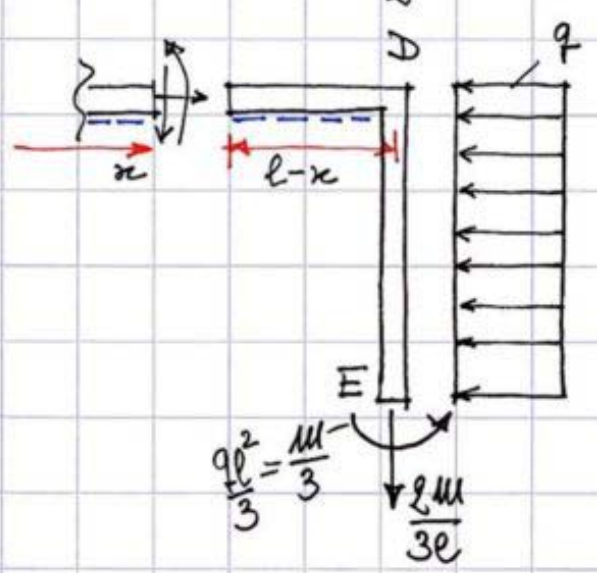
TRATTO BC $0 \leq x \leq \frac{l}{2}$



$$N(x) = -2ql$$

$$T(x) = M(x) = 0$$

TRATTO CD $\frac{l}{2} \leq x \leq l$



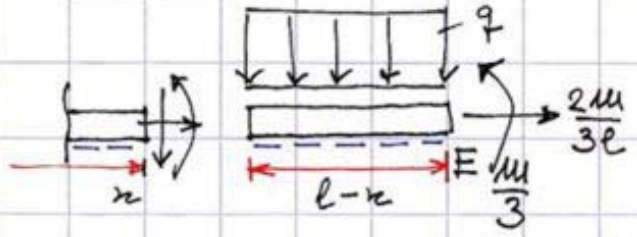
$$N(x) = -ql;$$

$$T(x) = \frac{2M}{3l} \Rightarrow = \frac{2}{3} ql;$$

$$M(x) = -\frac{2M}{3l}(l-x) - \frac{ql^2}{2} + \frac{ql^2}{3} =$$

$$= \frac{2}{3} qlx - \frac{5}{6} ql^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} M(x)|_{x=l/2} = -\frac{ql^2}{2} \\ M(x)|_{x=l} = -\frac{ql^2}{6} \end{array} \right.$$

TRATTO DE $0 \leq x \leq l$



$$N(x) = \frac{2M}{3l} \Rightarrow = \frac{2}{3} ql;$$

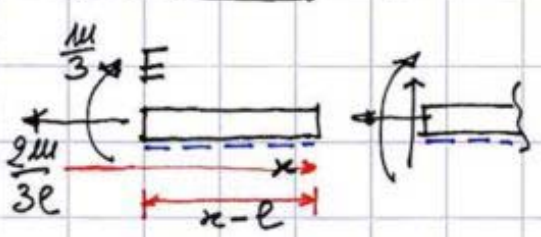
$$T(x) = q(l-x); \quad M(x) = -\frac{q(l-x)^2}{2} + \frac{M}{3} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T(x)|_{x=0} = ql \\ T(x)|_{x=l} = 0 \end{array} \right.$$

$$= -\frac{q}{2}(l-x)^2 + \frac{ql^2}{3}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M(x)|_{x=0} = -\frac{ql^2}{6} \\ M(x)|_{x=l} = \frac{ql^2}{3} \end{array} \right.$$

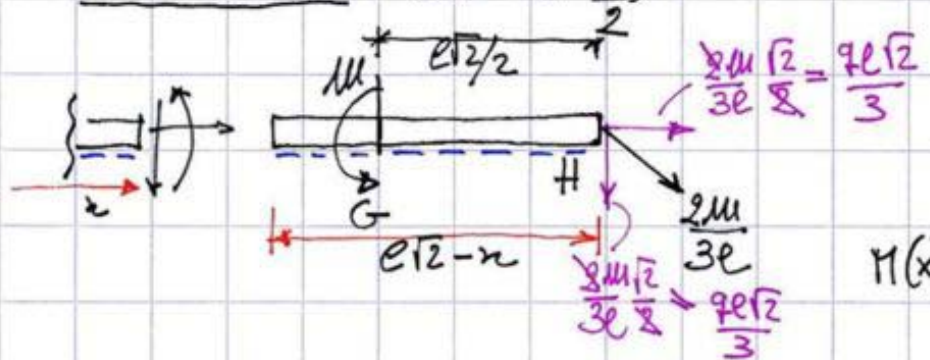
TRATTO EF $l \leq x \leq 2l$



$$N(x) = \frac{2M}{3l} \Rightarrow = \frac{2}{3} ql;$$

$$T(x) = 0; \quad M(x) = \frac{M}{3} \Rightarrow = \frac{ql^2}{3}$$

TRATTO FG $0 \leq x \leq \frac{l\sqrt{2}}$



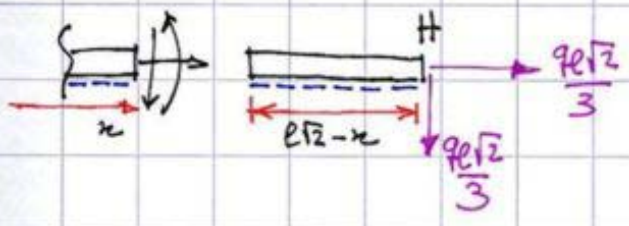
$$N(x) = \frac{ql\sqrt{2}}{3};$$

$$T(x) = \frac{ql\sqrt{2}}{3};$$

$$M(x) = ql^2 - \frac{ql\sqrt{2}}{3}(l\sqrt{2}-x)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M(x)|_{x=0} = \frac{ql^2}{3} \\ M(x)|_{x=l\sqrt{2}/2} = \frac{2}{3} ql^2 \end{array} \right.$$

TRATTO GH $\frac{l\sqrt{2}}{2} \leq x \leq l\sqrt{2}$

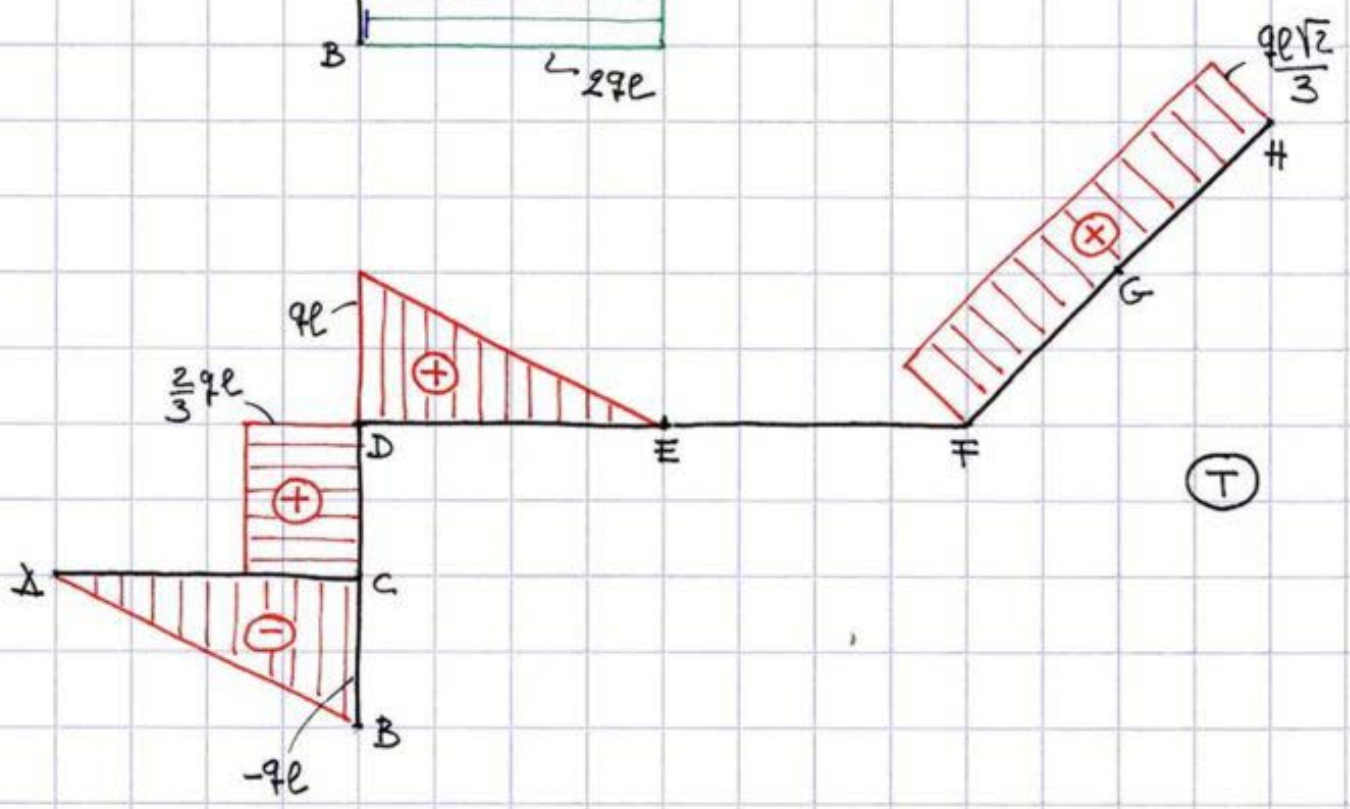
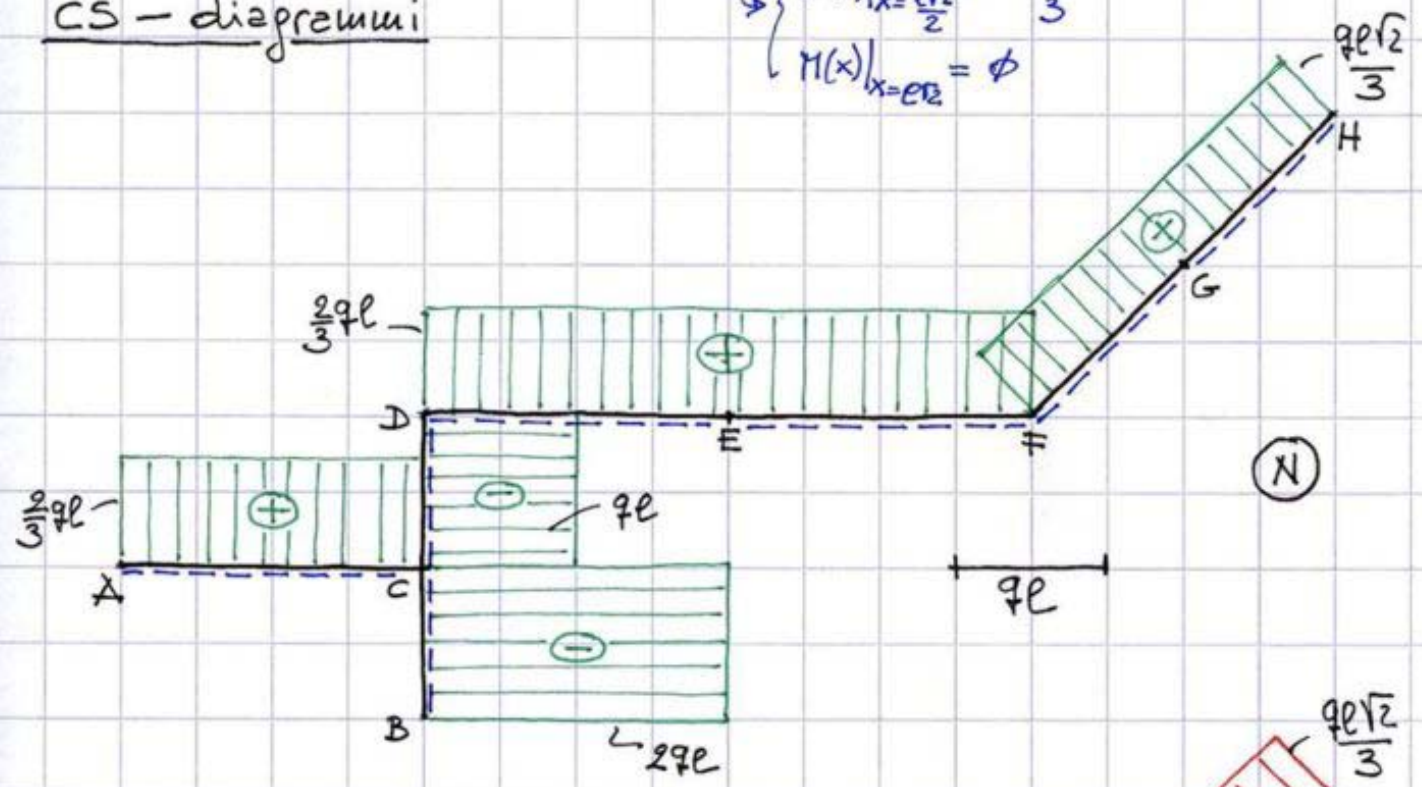


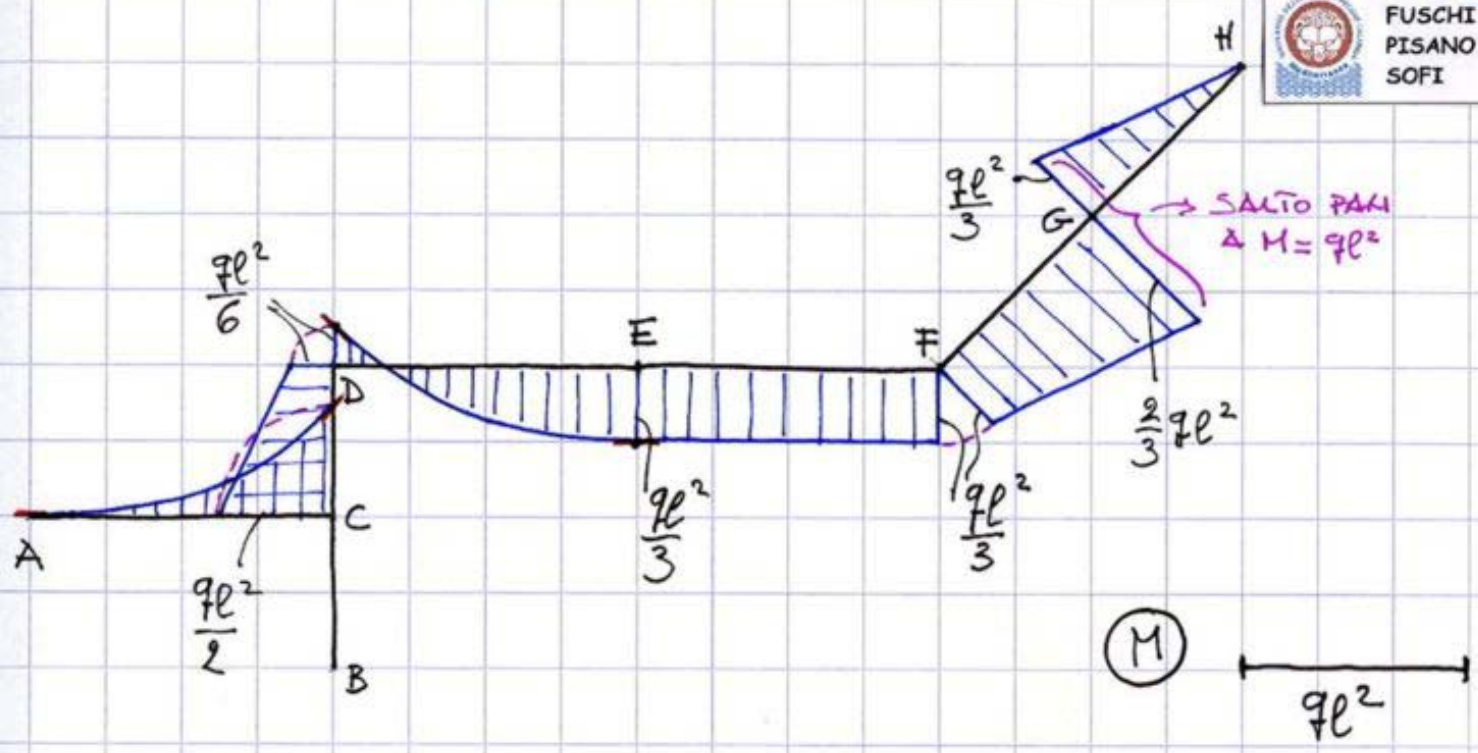
$$N(x) = \frac{qel\sqrt{2}}{3}; T(x) = \frac{qel\sqrt{2}}{3}$$

$$M(x) = -\frac{qel\sqrt{2}}{3}(l\sqrt{2} - x)$$

$$\begin{cases} M(x)|_{x=\frac{el\sqrt{2}}{2}} = -\frac{qel^2}{3} \\ M(x)|_{x=el\sqrt{2}} = 0 \end{cases}$$

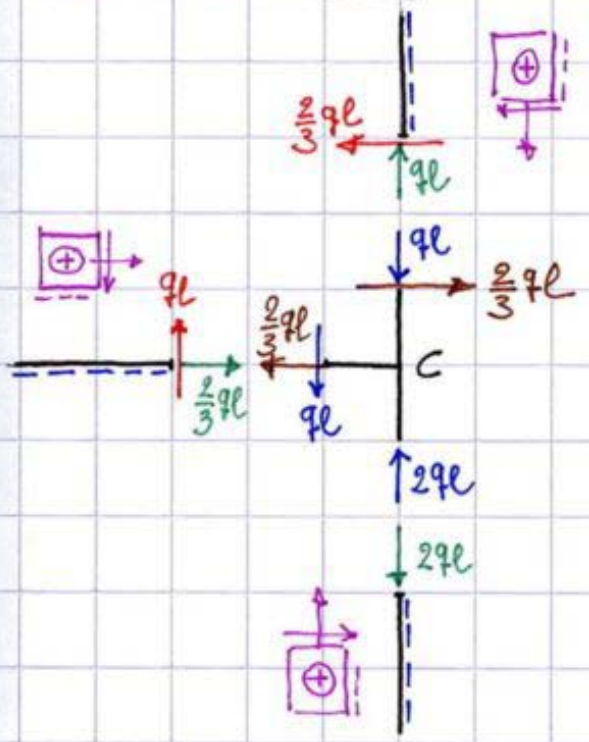
CS - diagrammi





• VERIFICHE AL NODO TRIPLO C

- alla trazione (cfr. diagrammi N e T)



- alla rotazione (cfr. diagr. M)

