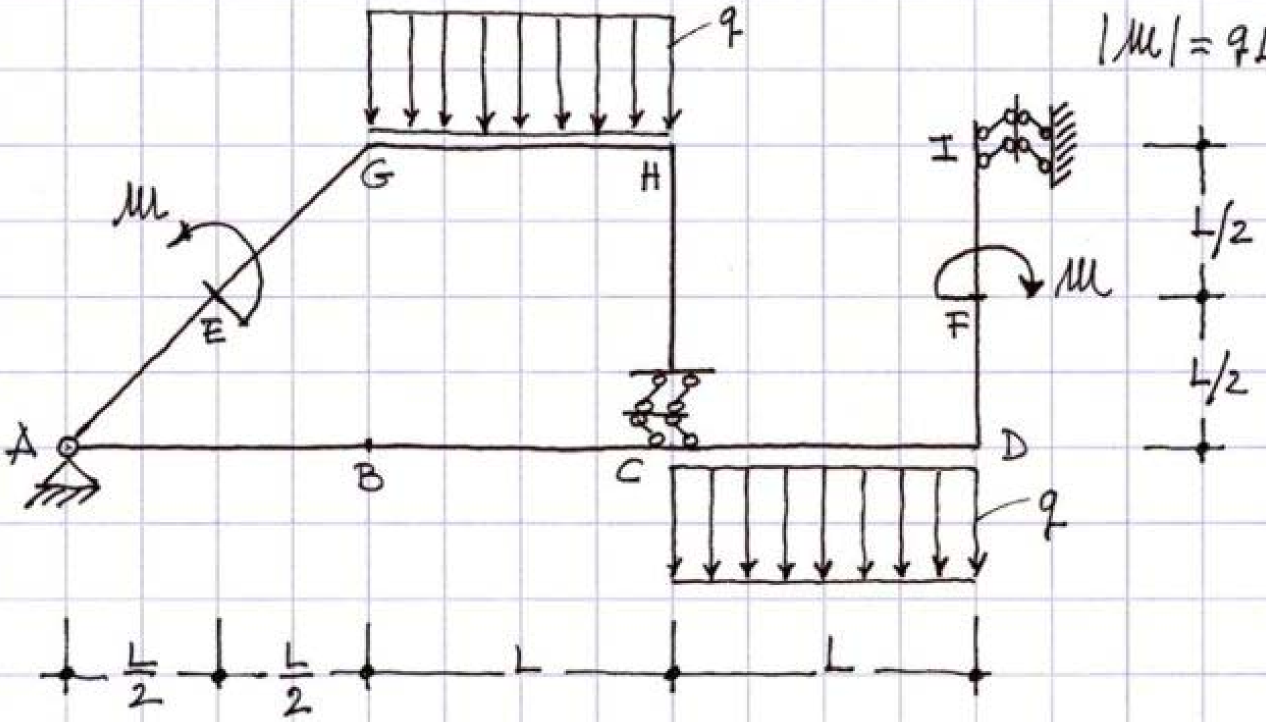
ESERCIZIO #1

DETERMINARE LE REAZIONI VINCOLARI (RV), LE FUNZIONI CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE (CS) E I RELATIVI DIAGRAMMI PER LA STRUTTURA SEGUENTE:

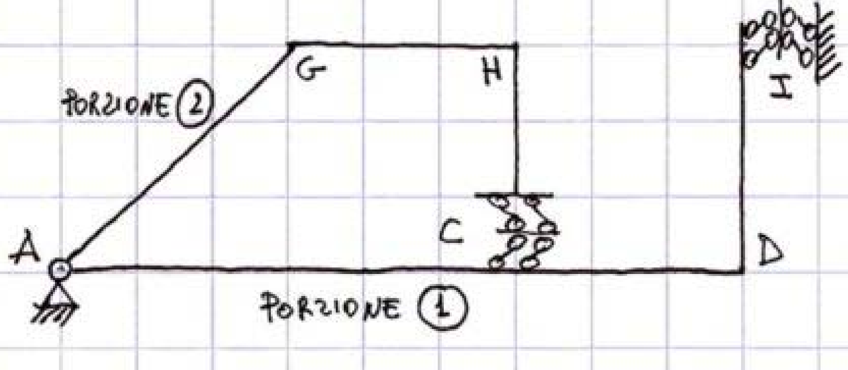
$|\mathcal{M}| = qL^2$



- GRADO DI LABILITÀ APPARENTE

$$\ell = 3N - \mu_t = 3 \times 2 - (4+1+1) = 0 \Rightarrow \text{C.N. per l'isostaticità OK!}$$

- EFFICACIA CINEMATICA VINCOLI



LA PORZIONE (1) DI STRUTTURA (CIOÈ ACDI) È VINCOLATA IN MODO ISOSTATICO, INFATTI:

CERNIERA A $\Rightarrow$ $C.A.^{(1)} \equiv A$

DOPPIO BIPENDOLO I $\Rightarrow$ $C.A.^{(1)} \in \Gamma_\infty$

$\Rightarrow \nexists\ C.A.^{(1)}$

LA PORZIONE (2) È ANCH'ESSA IN CONDIZIONI DI ISOSTATICITÀ, INFATTI:

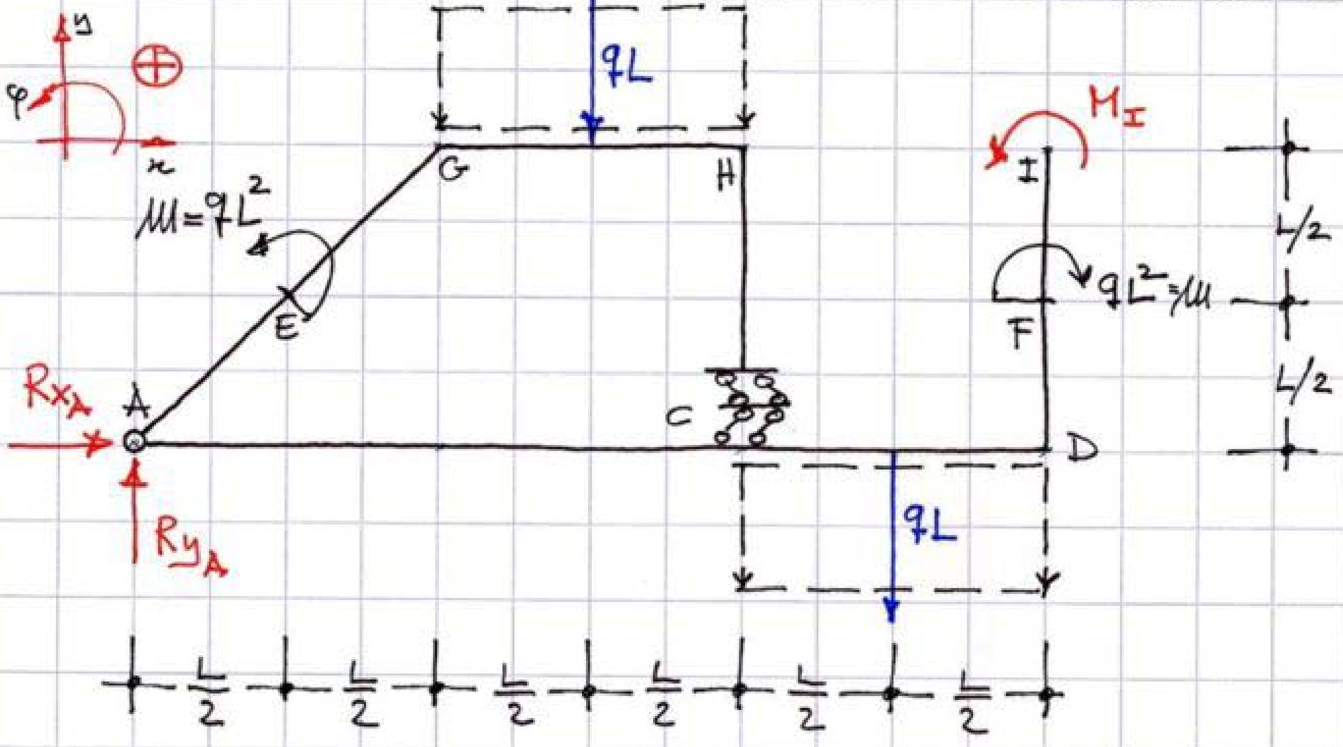
CERNIERA A $\Rightarrow$ $C.A.^{(2)} \equiv A$; DOPPIO BIPEND. C $\Rightarrow$ $C.A.^{(2)} \in \Gamma_\infty$

SCBAA LABSTA campus
FUSCHI
PISANO
SOFI

- DETERMINAZIONE DELLE REAZIONI VINCOLARI (RV)

RV – metodo analitico

1. Ai fini della valutazione delle RV i carichi distribuiti possono essere sostituiti con carichi concentrati equivalenti.
2. Si risolve il sistema in termini di reazioni vincolari esterne.



$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow \boxed{R_{x_A} = 0}$$

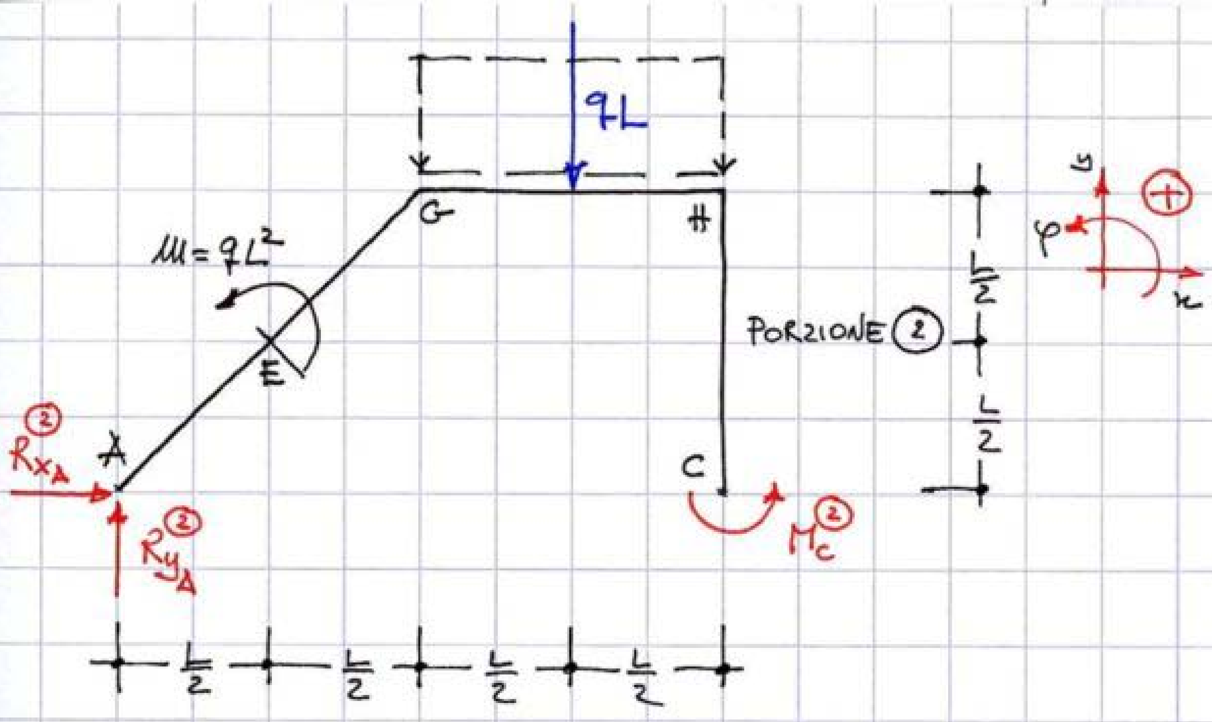
REAZIONE DELLA CERNIERA ESTERNA A!

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow R_{y_A} - qL - qL = 0 \rightarrow \boxed{R_{y_A} = 2qL}$$

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow \cancel{+\mathcal{M}} \cancel{-\mathcal{M}} + M_I - qL \cdot \frac{3}{2}L - qL \cdot \frac{5}{2}L = 0 \rightarrow \boxed{M_I = 4qL^2}$$

3. Le componenti di reazione dei vincoli interni A e C possono valutarsi imponendo l'equilibrio della porzione ② o della porzione ① cioè imponendo condizioni di equilibrio parziale! Considerando la porzione ② può scriversi:

FUSCHI
PISANO
SOFI



$$\sum F_x^{(2)} = 0 \rightsquigarrow \boxed{R_{x_A}^{(2)} = 0}$$

$$\sum F_y^{(2)} = 0 \rightsquigarrow R_{y_A}^{(2)} - qL = 0 \rightsquigarrow \boxed{R_{y_A}^{(2)} = qL}$$

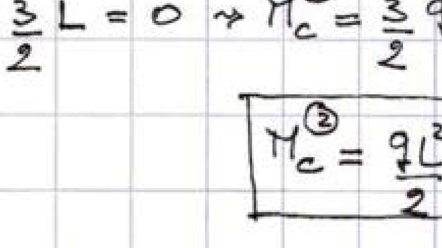
$$\sum M_A^{(2)} = 0 \rightsquigarrow \mathcal{M} + M_C^{(2)} - qL \cdot \frac{3}{2} L = 0 \rightsquigarrow M_C^{(2)} = \frac{3}{2} qL^2 - qL^2$$

$$\boxed{M_C^{(2)} = \frac{qL^2}{2}}$$

$\Rightarrow$ $M_C^{(1)}$ è uguale e contraria! C è un vinc. interno!

4. Considerato che la reazione esterna della cerniera interna-esterna A è stata già calcolata ($R_{y_A} = 2qL$ verso l'alto) e che l'aliquota di R_{y_A} sulla porzione (2) è stata anch'essa calcolata ($R_{y_A}^{(2)} = qL$ verso l'alto) dovendo essere (cfr. schema nodo A)

$$R_{y_A} = R_{y_A}^{(1)} + R_{y_A}^{(2)}$$

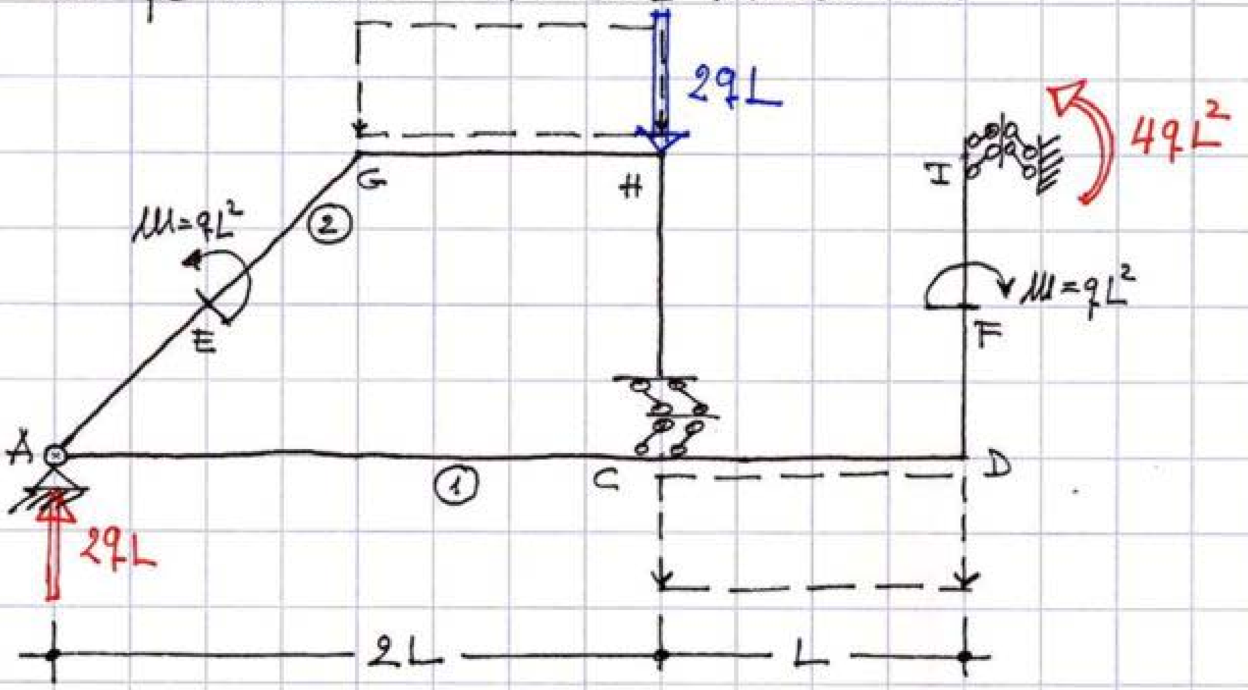


risulta:

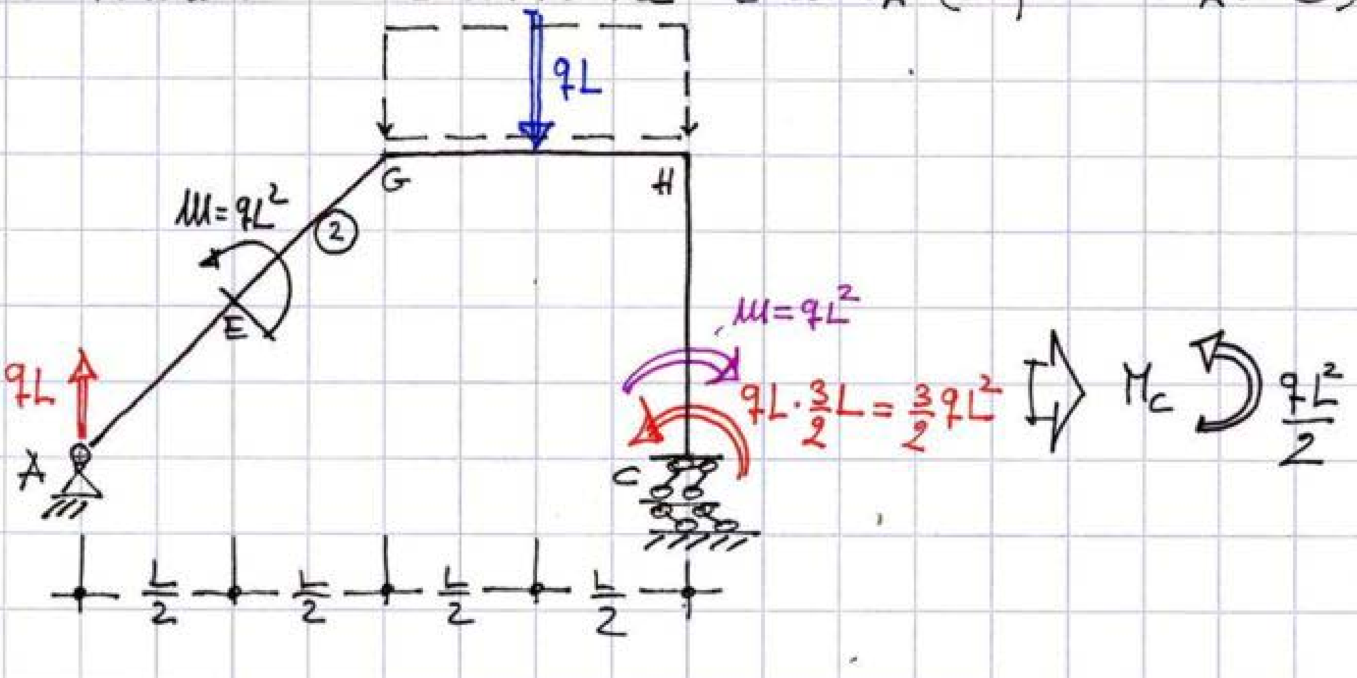
$$R_{y_A}^{(1)} = R_{y_A} - R_{y_A}^{(2)} = 2qL - qL = qL$$

RV - metodo grafico

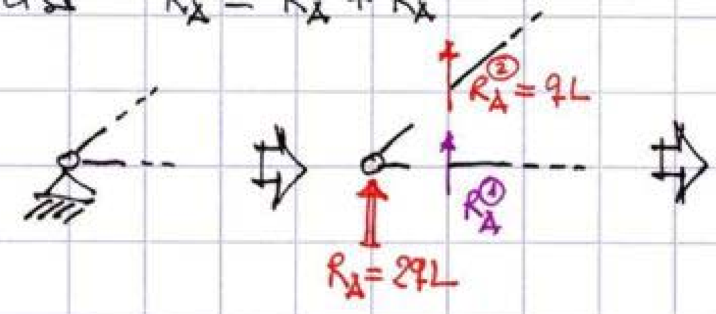
1. Il sistema è isostatico per vincoli esterni, si impone quindi l'equilibrio globale tenendo conto che le due coppie sono uguali e opposte (si elidono) e che i carichi distribuiti hanno per risultante 2qL sulla verticale HC.



2. Si impone quindi l'equilibrio parziale della porzione ② di struttura determinando le reazioni interne M_C ed $R_A^{(2)}$ (aliquota di R_A su ②).

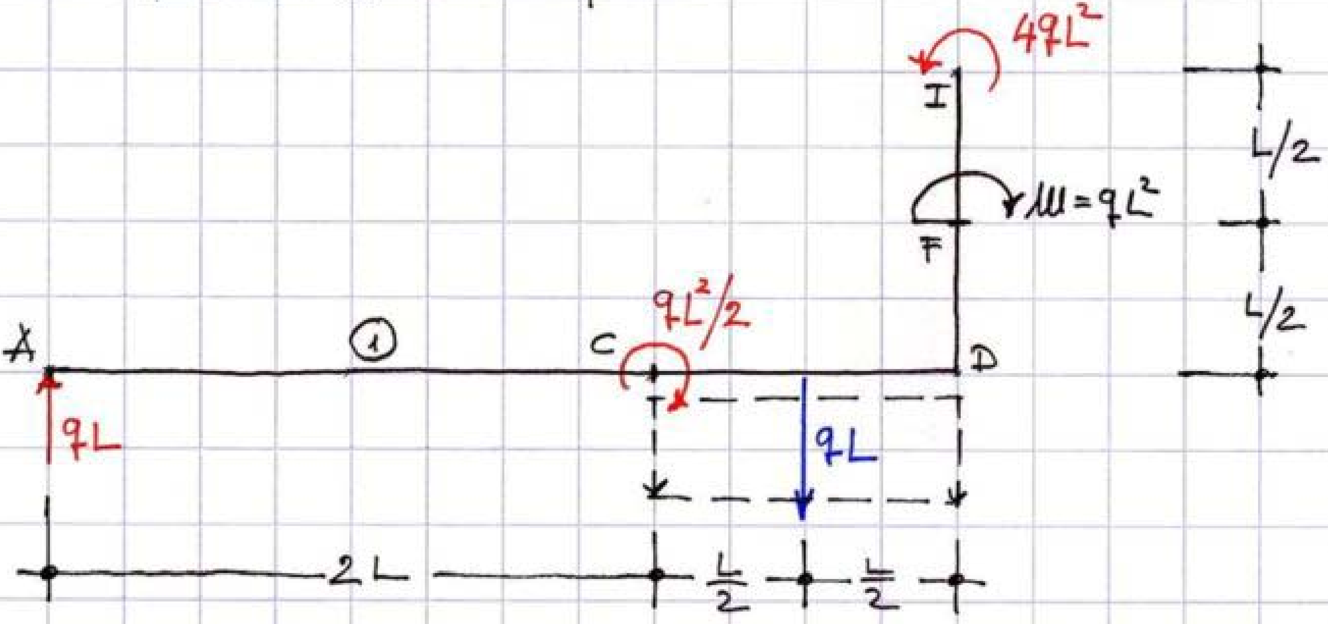


3. Tenendo conto che sulla cerniera interna-esterna A deve aversi $R_A = R_A^{(1)} + R_A^{(2)}$



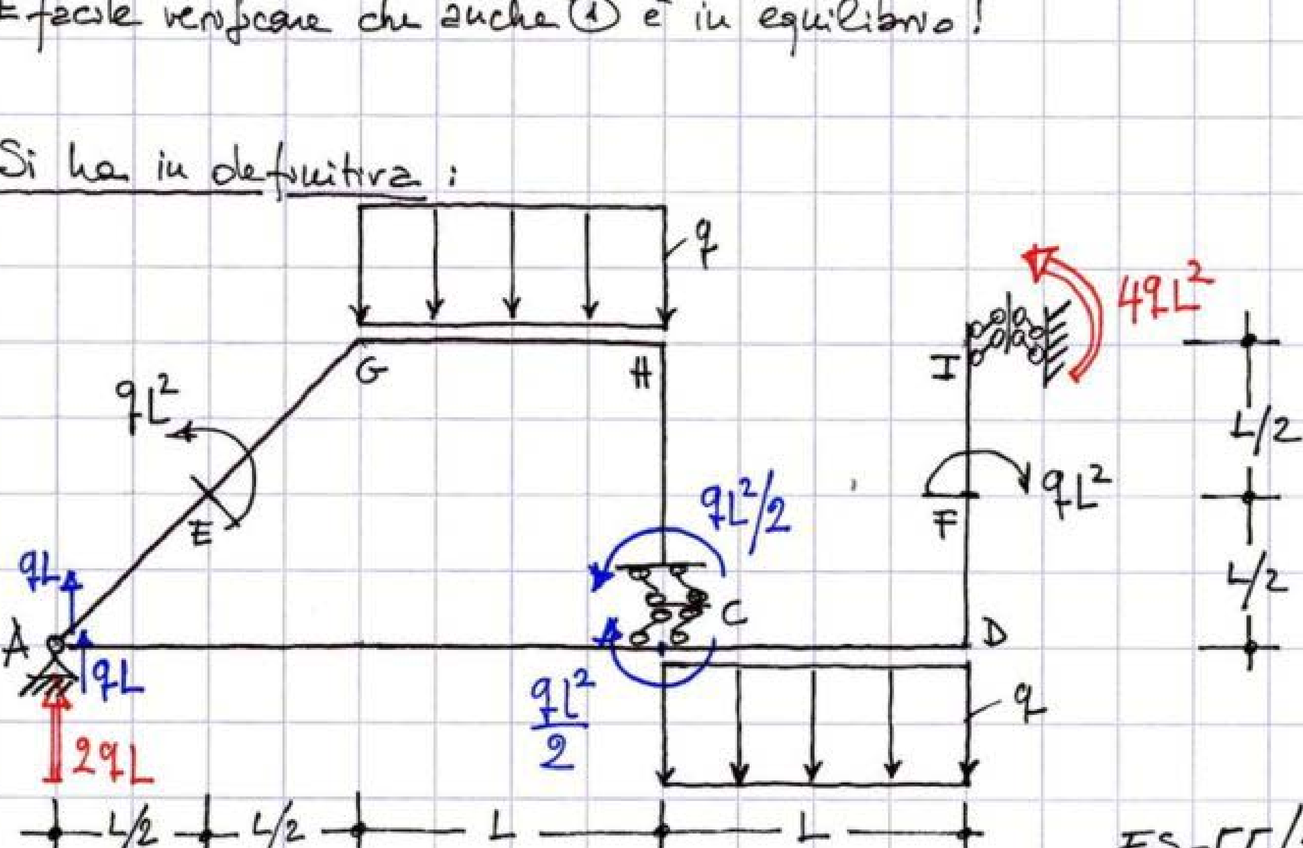
$\Rightarrow R_A^{(1)} = qL$

4. Sulla porzione (1) si ha quindi:



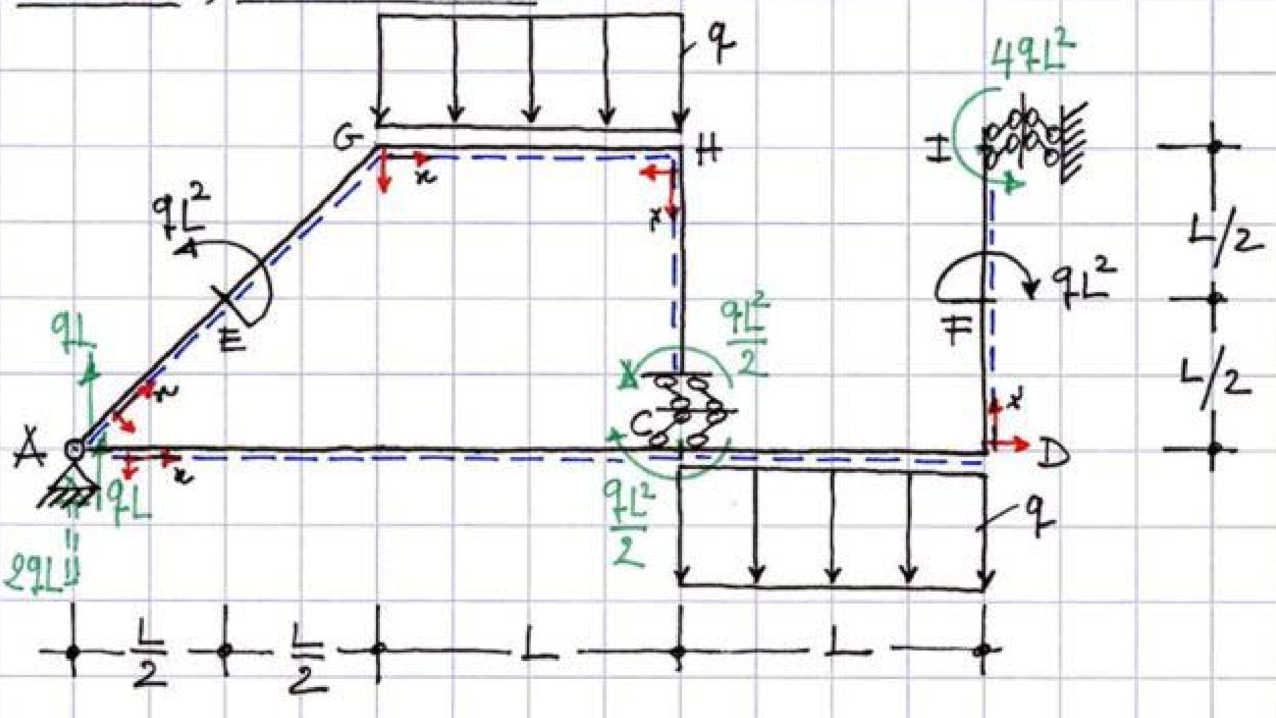
È facile verificare che anche (1) è in equilibrio!

Si ha in definitiva:



• DETERMINAZIONE DELLE CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE (CS)

CS – metodo della sezione ideale per il calcolo di $N(x)$, $T(x)$ ed $M(x)$.

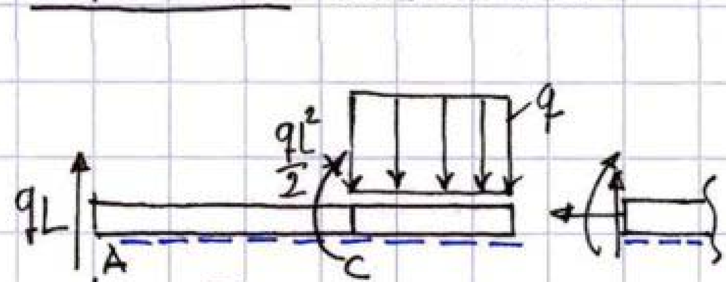


TRATTO AC $\quad 0 \le x \le 2L$

$$N(x)=0;\quad T(x)=qL;$$

$$M(x)=qLx \quad \begin{cases} M(x)|_{x=0}=0 \\ M(x)|_{x=2L}=2qL^2 \end{cases}$$

TRATTO CD $\quad 2L \le x \le 3L$



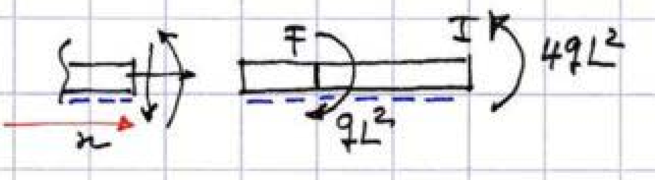
$$\begin{cases} T(x)|_{x=2L}=qL \\ T(x)|_{x=3L}=0 \end{cases}$$

$$N(x)=0;\quad T(x)=qL-q(x-2L)$$

$$M(x)=qLx+\frac{qL^2}{2}-\frac{q}{2}(x-2L)^2$$

$$\begin{cases} M(x)|_{x=2L}=\frac{5}{2}qL^2 \\ M(x)|_{x=3L}=3qL^2 \end{cases}$$

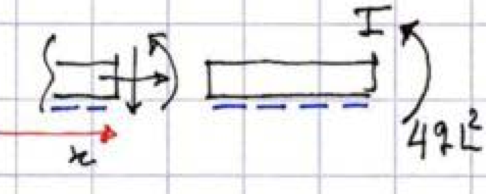
TRATTO DF $\quad 0 \leq x \leq \frac{L}{2}$



$$N(x) = 0\ ;\ T(x) = 0$$

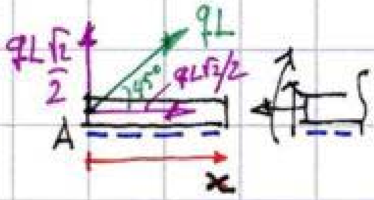
$$M(x) = 3qL^2$$

TRATTO FI $\quad \frac{L}{2} \leq x \leq L$



$$N(x) = 0\ ;\ T(x) = 0\ ;\ M(x) = 4qL^2$$

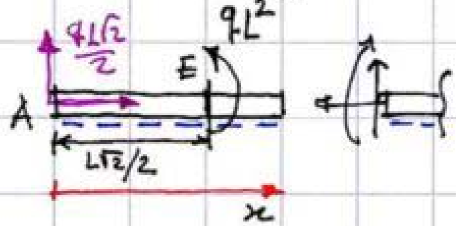
TRATTO AE $\quad 0 \leq x \leq \frac{L\sqrt{2}}{2}$



$$N(x) = -\frac{qL\sqrt{2}}{2}\ ;\ T(x) = \frac{qL\sqrt{2}}{2}$$

$$M(x) = \frac{qL\sqrt{2}}{2}x \rightarrow \begin{cases} M(x)\big|_{x=0} = 0 \\ M(x)\big|_{x=\frac{L\sqrt{2}}{2}} = \frac{qL^2}{2} \end{cases}$$

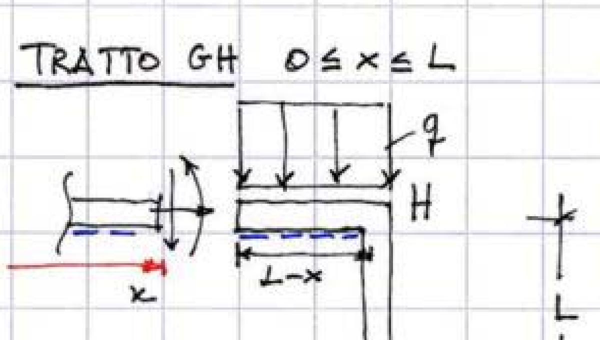
TRATTO EG $\quad \frac{L\sqrt{2}}{2} \leq x \leq L\sqrt{2}$

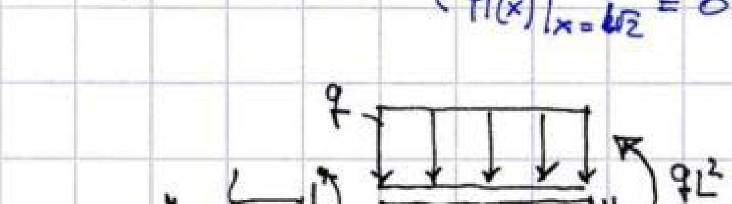


$$N(x) = -\frac{qL\sqrt{2}}{2}\ ;\ T(x) = \frac{qL\sqrt{2}}{2}$$

$$M(x) = \frac{qL\sqrt{2}}{2}x - qL^2 \rightarrow \begin{cases} M(x)\big|_{x=\frac{L\sqrt{2}}{2}} = -\frac{qL^2}{2} \\ M(x)\big|_{x=L\sqrt{2}} = 0 \end{cases}$$

TRATTO GH $\quad 0 \leq x \leq L$

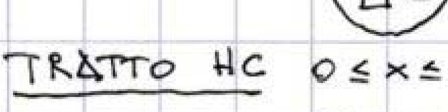




$$N(x) = 0;\quad T(x) = q(L-x) \rightarrow \begin{cases} T(x)\big|_{x=0} = qL \\ T(x)\big|_{x=L} = 0 \end{cases}$$

$$M(x) = \frac{qL^2}{2} - \frac{q(L-x)^2}{2} \rightarrow \begin{cases} M(x)\big|_{x=0} = 0 \\ M(x)\big|_{x=L} = \frac{qL^2}{2} \end{cases}$$

TRATTO HC $\quad 0 \leq x \leq L$



$$N(x) = 0\ ;\ T(x) = 0$$

$$M(x) = \frac{qL^2}{2}$$

CS - diagrammi

SCBAA LABSTA
campus
FUSCHI
PISANO
SOFI