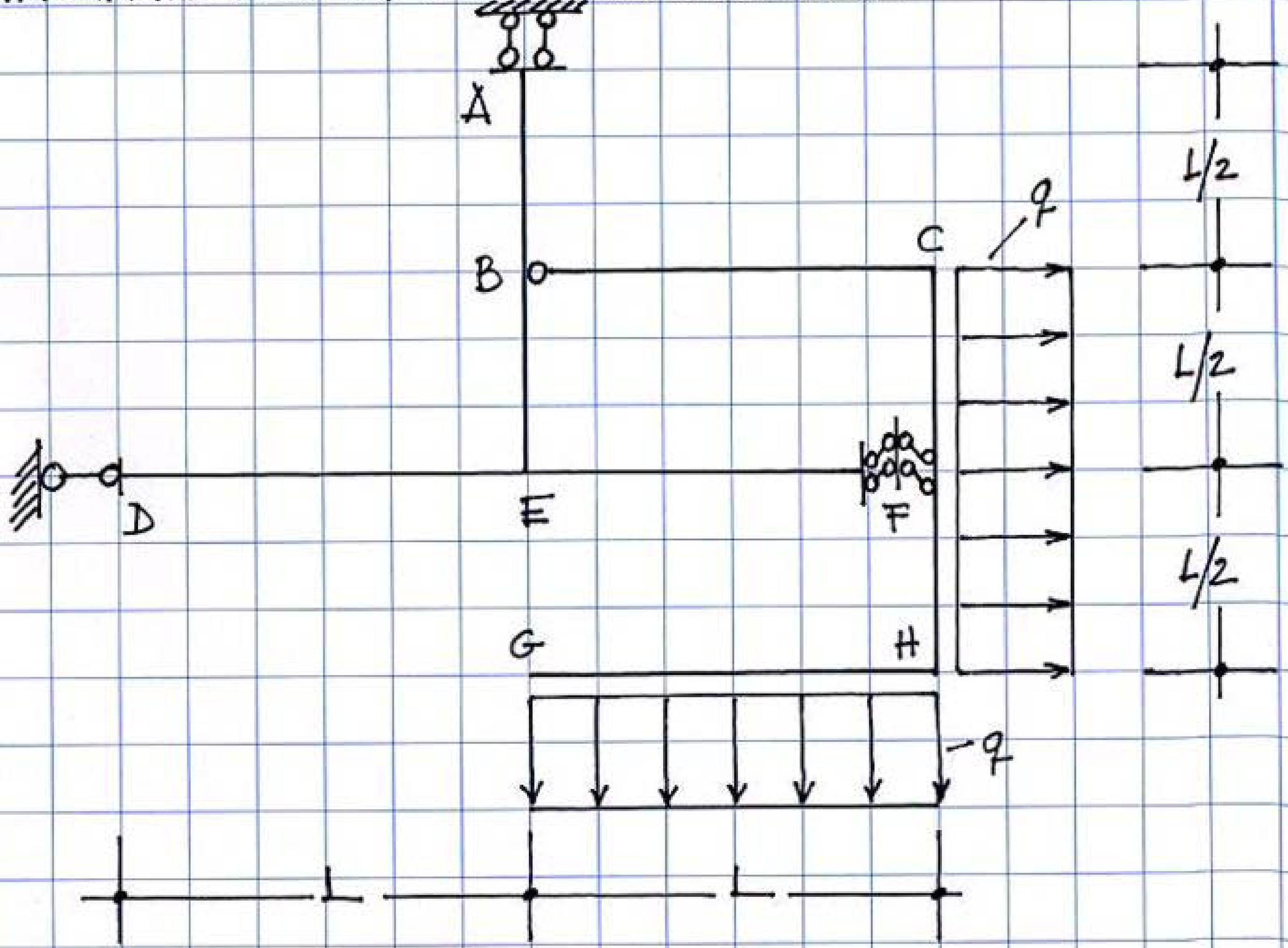
ESERCIZIO #4

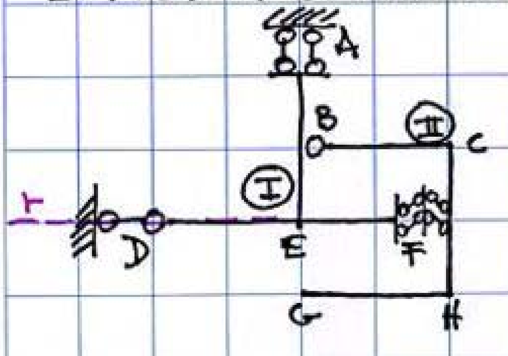
DETERMINARE LE REAZIONI VINCOLARI (RV), LE FUNZIONI CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE (CS) E I RELATIVI DIAGRAMMI PER LA STRUTTURA SEGUENTE:



• GRADO DI LABILITÀ APPARENTE

$$\ell = 3N - \mu_t = 3\times 2 - (1+1+2+2) = 0 \Rightarrow \text{C.N. per l'isostaticità OK!}$$

• EFFICACIA CINEMATICA VINCOLI



LA PORZIONE I È VINCOLATA IN MODO EFFICACE

INFATTI: PENDOLO D $\Rightarrow C^{I} \in r$

DOPPIO PENDOLO A $\Rightarrow C^{I} \equiv R_{\infty}\updownarrow$ $\Rightarrow \nexists\, C^{I}$

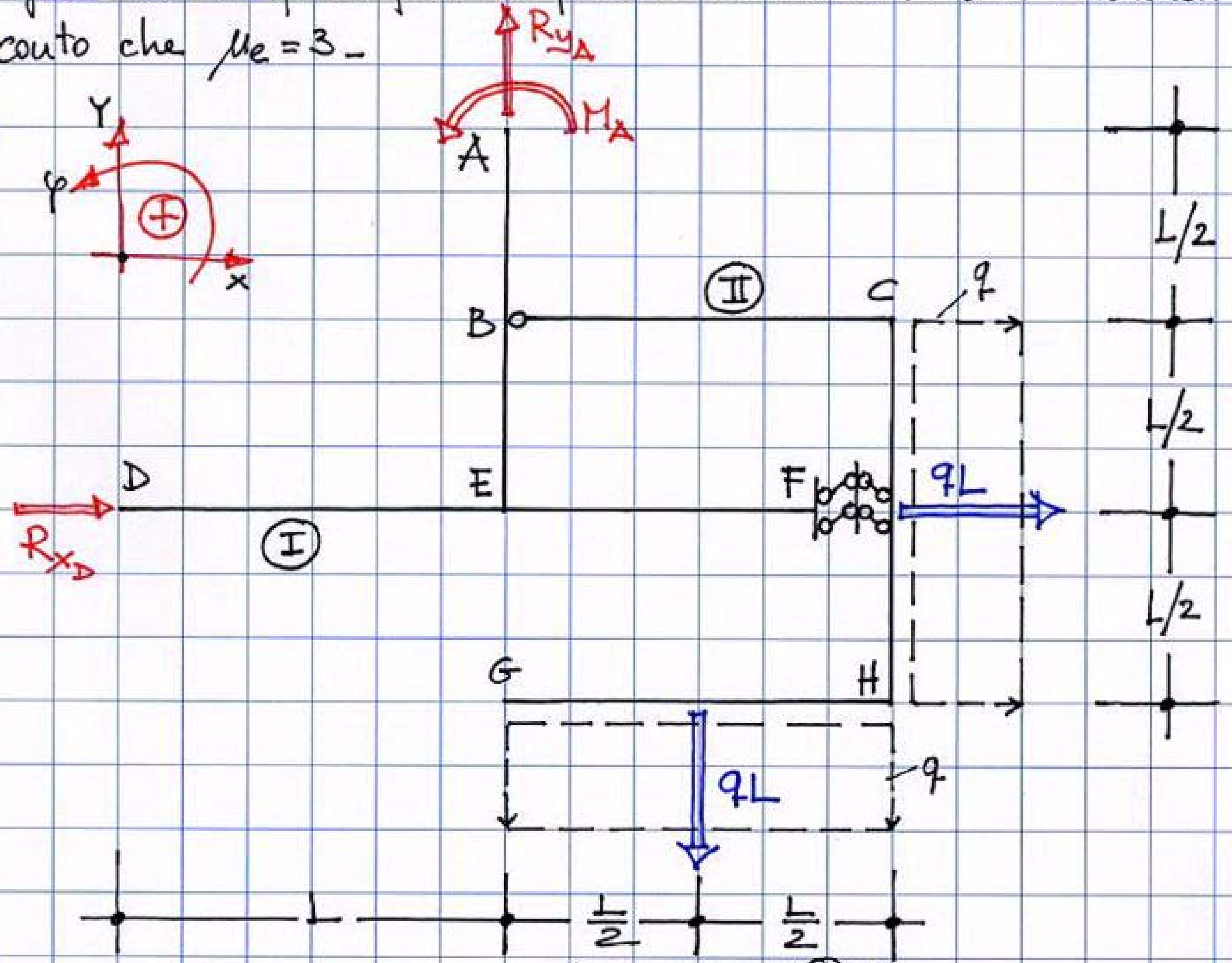
LA PORZIONE II È ANCH'ESSA VINCOLATA IN MODO ISOSTATICO INFATTI: CERNIERA B $\Rightarrow C^{II} \equiv B$

DOPPIO BIPENDOLO F $\Rightarrow C^{II} \in r_{\infty}$ $\Rightarrow \nexists\, C^{II}$

• DETERMINAZIONE DELLE REAZIONI VINCOLARI (RV)

RV - metodo analitico

1. Ai fini della valutazione delle RV i carichi distribuiti possono essere sostituiti con carichi concentrati equivalenti.
2. Si risolve il sistema in termini di reazioni vincolari esterne, ignorando in questa fase la presenza di vincoli interni e tenendo conto che $\mu_e = 3$.



$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow R_{x_D} + qL = 0 \rightarrow \boxed{R_{x_D} = -qL} \text{ (1) } (*)$$

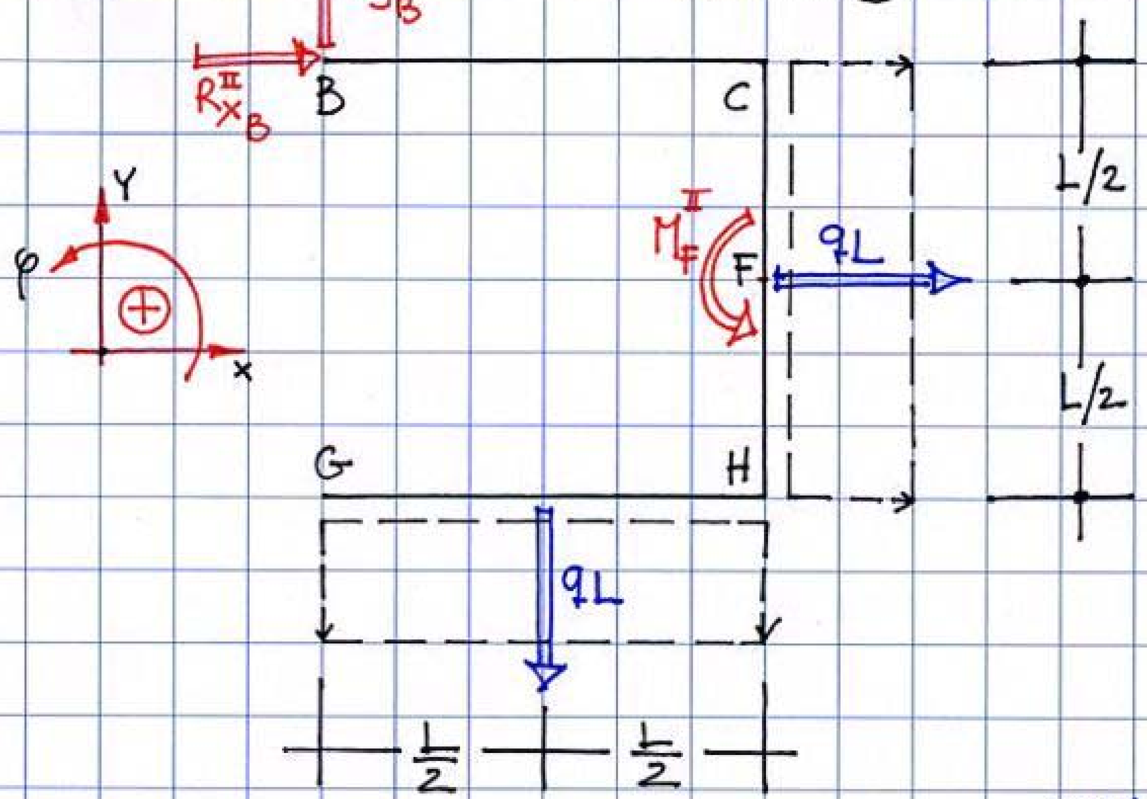
$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow R_{y_A} - qL = 0 \rightarrow \boxed{R_{y_A} = qL} \text{ (2)}$$

$$\Sigma M_E = 0 \rightarrow M_A - qL \cdot \frac{L}{2} = 0 \rightarrow \boxed{M_A = \frac{qL^2}{2}} \text{ (3)}$$

3. Le componenti di reazione vincolari interne possono valutarsi imponendo l'equilibrio parziale, cioè della porzione (I) o della (II), soggetta alle reazioni esterne ormai note e ai carichi assegnati. Considerando la (II) si ha:

FUSCHI PISANO SOFI

PORZIONE (II)



$$\sum F_x^{(II)} = 0 \rightsquigarrow R^{II}_{x_B} + qL = 0 \rightsquigarrow \boxed{R^{II}_{x_B} = -qL} \quad (4)\,(*)$$

$$\sum F_y^{(II)} = 0 \rightsquigarrow R^{II}_{y_B} - qL = 0 \rightsquigarrow \boxed{R^{II}_{y_B} = qL} \quad (5)$$

$$\sum M_B^{(II)} = 0 \rightsquigarrow M^{II}_F + qL\cdot\frac{L}{2} - qL\cdot\frac{L}{2} = 0 \rightsquigarrow \boxed{M^{II}_F = 0} \quad (6)$$

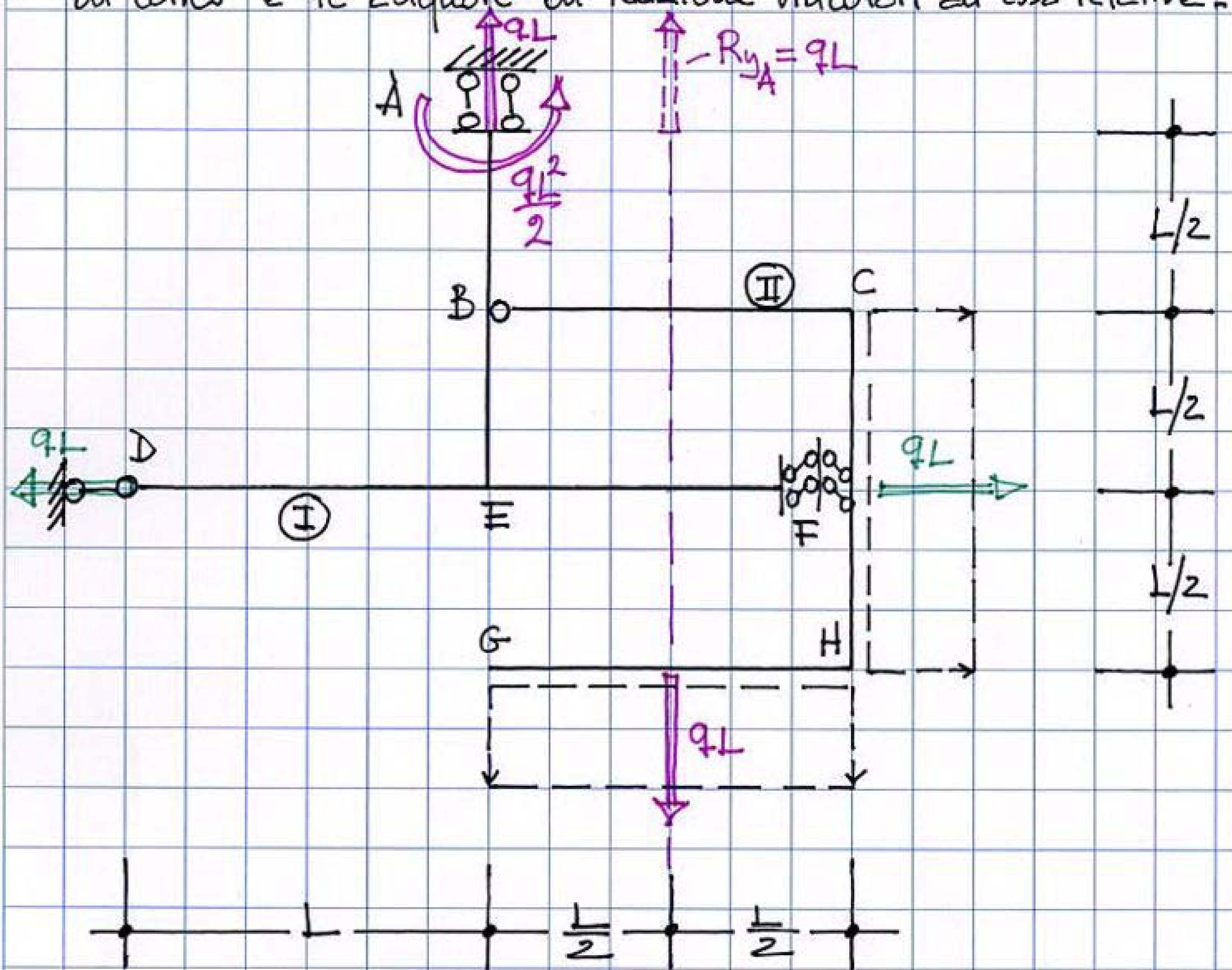
N.B.: (1) = primo risultato; (2) = secondo risultato; (3) = terzo risultato; ...

(*) Il valore calcolato è negativo, il verso effettivo della reazione vincolare è opposto a quello ipotizzato.

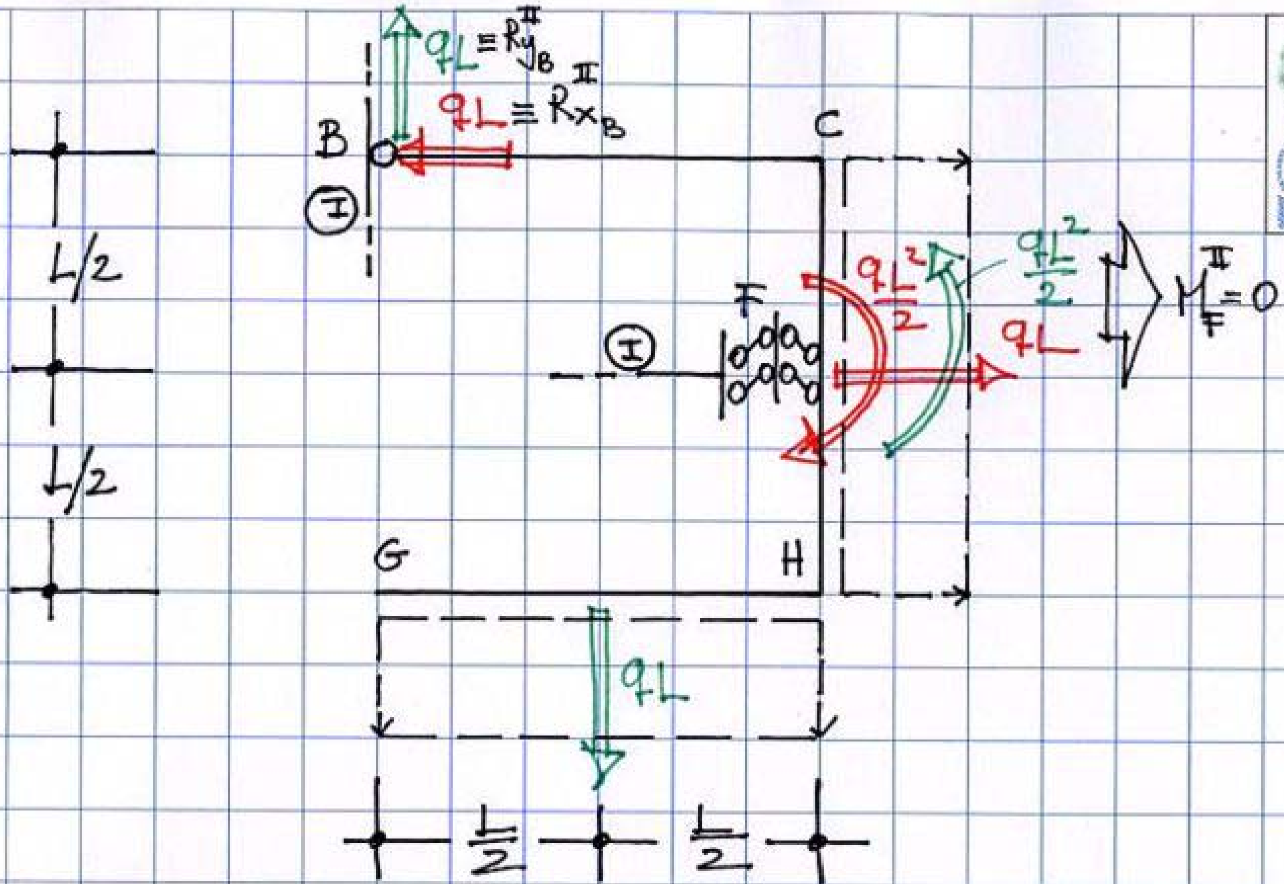
RV- metodo grafico

FUSCHI
PISANO
SOFI

1. Il sistema è "isostatico per vincoli esterni", si impone l'equilibrio globale ignorando, in questa fase, la presenza dei vincoli interni
2. Si applica il principio di sovrapposizione degli effetti, si valutano cioè le reazioni dei vincoli per ogni carico considerato agente da solo. Ogni colore individua una singola condizione di carico e le aliquote di reazioni vincolari ad essa relative.

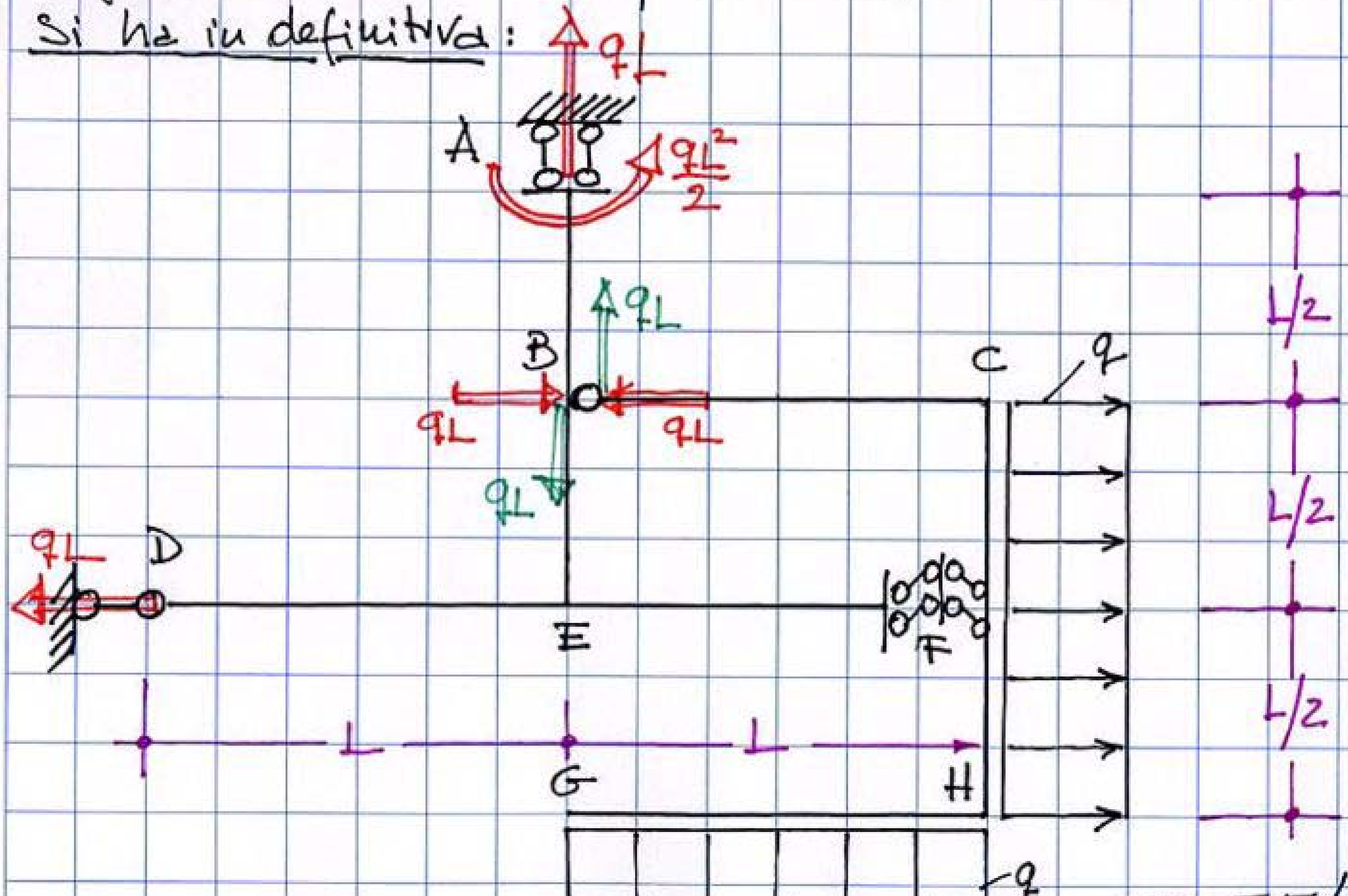


3. Si impone quindi l'equilibrio parziale della porzione II applicando ancora il principio di sovrapposizione degli effetti e ogni colore per individuare le diverse condizioni di carico.



4. Sulla porzione (I) i vincoli interni B ed F esplicano reazioni uguali e opposte a quelle sopra valutate.
È facile verificare che le reazioni vincolari valutate per via grafica coincidono con quelle calcolate analiticamente.

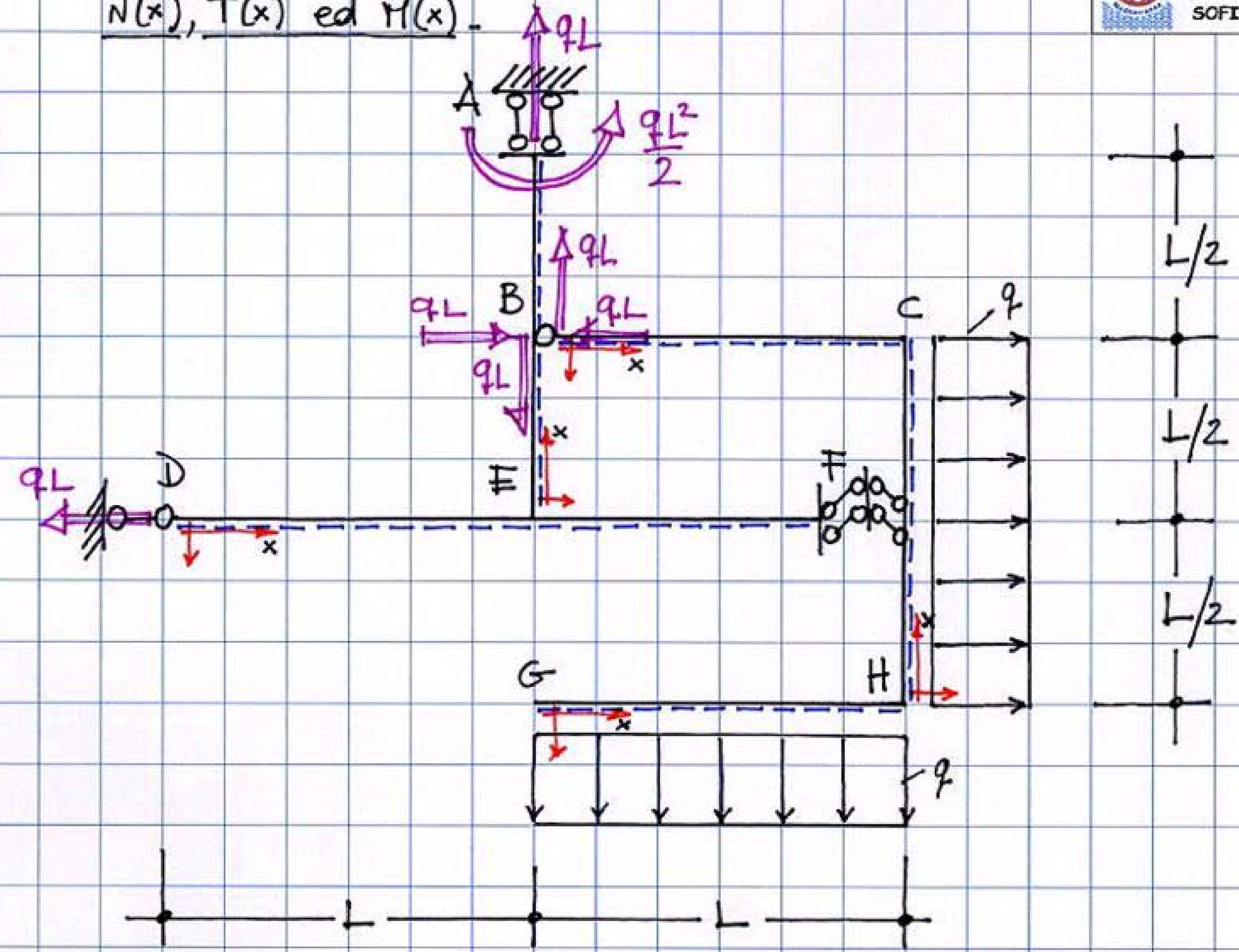
Si ha in definitiva:



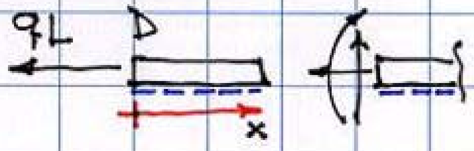
• DETERMINAZIONE DELLE CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE

CS – metodo della sezione ideale per il calcolo di $N(x)$, $T(x)$ ed $M(x)$.

FUSCHI
PISANO
SOFI



TRATTO DE $0 \le x \le L$



$N(x) = qL$; $T(x) = M(x) = 0$.

TRATTO EF $L \le x \le 2L$

$N(x) = T(x) = M(x) = 0$

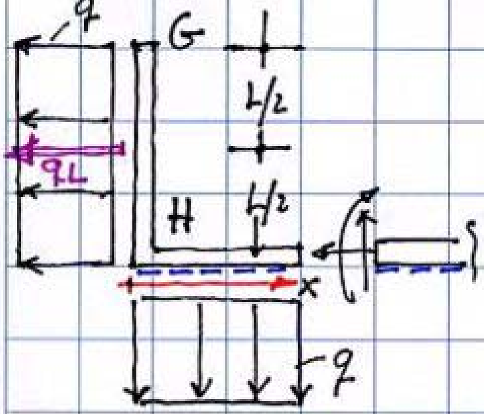
TRATTO GH $0 \le x \le L$

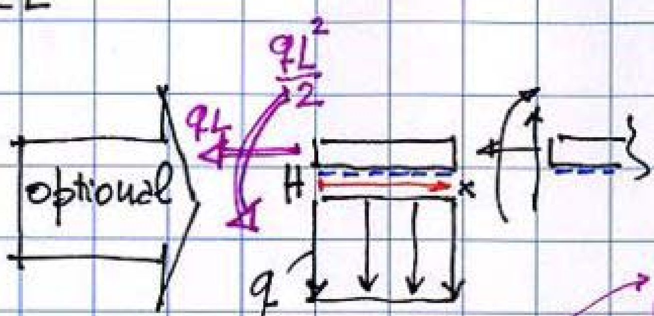
$N(x) = 0$; $T(x) = -qx$ → $\begin{cases} T_G = T(x)|_{x=0} = 0 \\ T_H = T(x)|_{x=L} = -qL \end{cases}$

$M(x) = -\frac{qx^2}{2}$ → $\begin{cases} M_G = M(x)|_{x=0} = 0 \\ M_H = M(x)|_{x=L} = -\frac{qL^2}{2} \end{cases}$

FUSCHI
PISANO
SOFI

TRATTO HC $0 \le x \le L$





$$\begin{cases} T_H = T(x)\big|_{x=0} = 0 \\ T_C = T(x)\big|_{x=L} = -qL \end{cases}$$

$N(x) = qL \; ; \; T(x) = -qx$

$M(x) = -\dfrac{qL^2}{2} - \dfrac{qx^2}{2}$

$$\begin{cases} M_H = M(x)\big|_{x=0} = -\dfrac{qL^2}{2} \\ M_C = M(x)\big|_{x=L} = -qL^2 \end{cases}$$

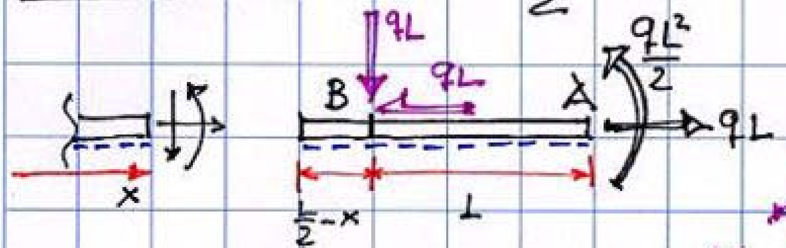
TRATTO BC $0 \le x \le L$

$N(x) = qL \; ; \; T(x) = qL \; ;$

$M(x) = qLx$

$$\begin{cases} M_B = M(x)\big|_{x=0} = 0 \\ M_C = M(x)\big|_{x=L} = qL^2 \end{cases}$$

TRATTO EB $0 \le x \le \frac{L}{2}$



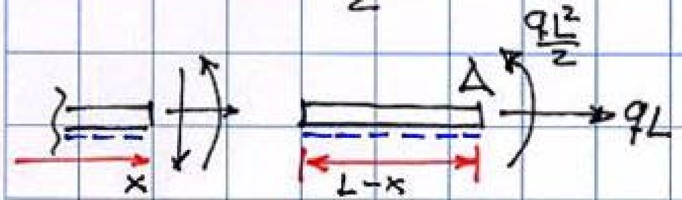
$N(x) = -qL + qL = 0 \; ;$

$T(x) = qL \; ;$

$M(x) = \dfrac{qL^2}{2} - qL\left(\dfrac{L}{2} - x\right)$

$M_E = M(x)\big|_{x=0} = 0 \; ; \; M_B = M(x)\big|_{x=\frac{L}{2}} = \dfrac{qL^2}{2}$

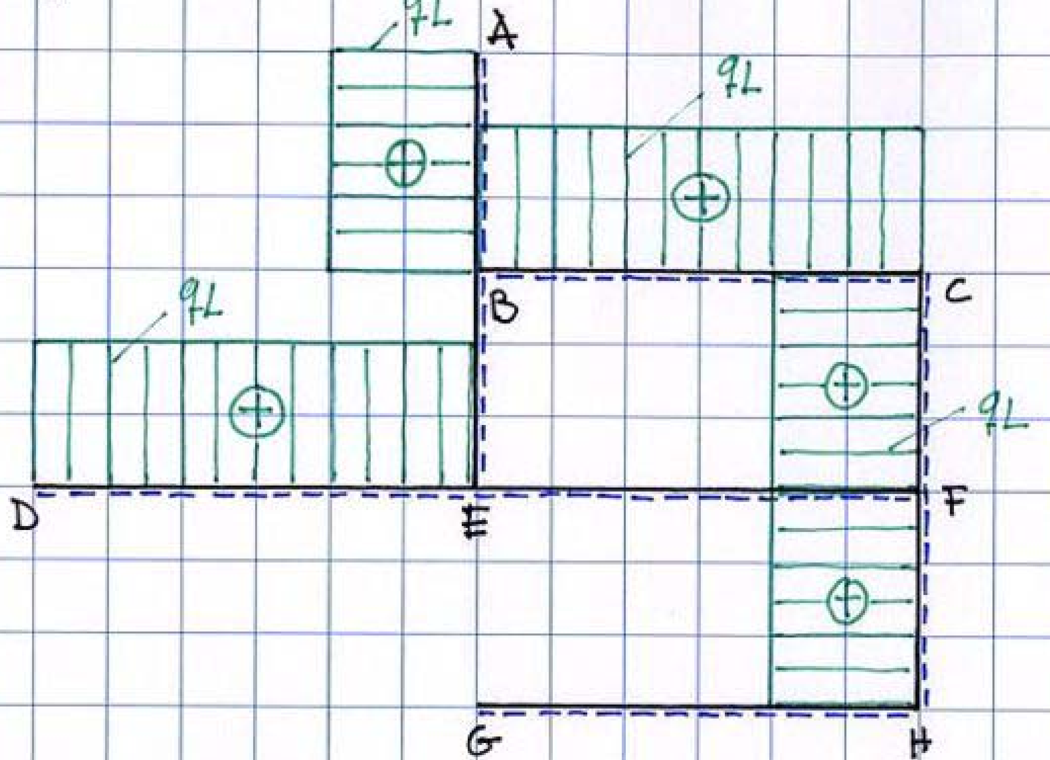
TRATTO BA $\frac{L}{2} \le x \le L$

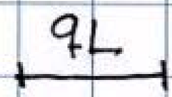


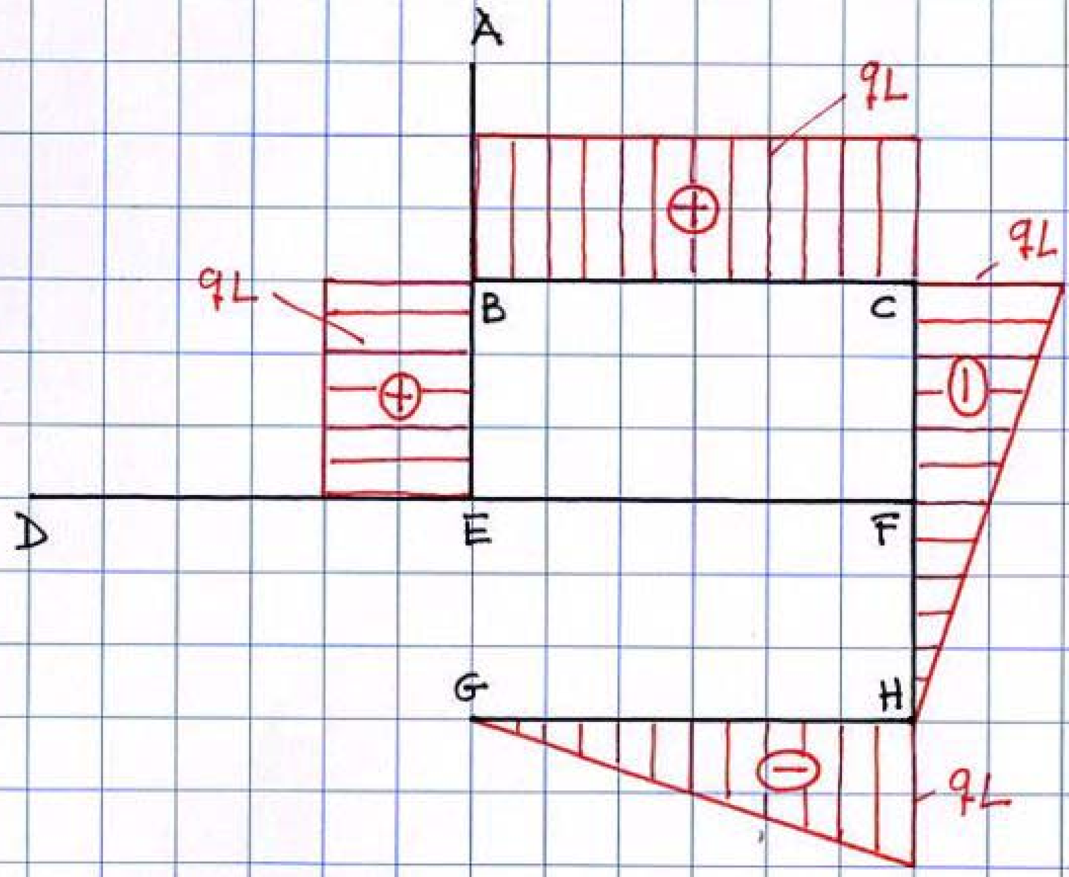
$N(x) = qL \; ; \; T(x) = 0 \; ;$

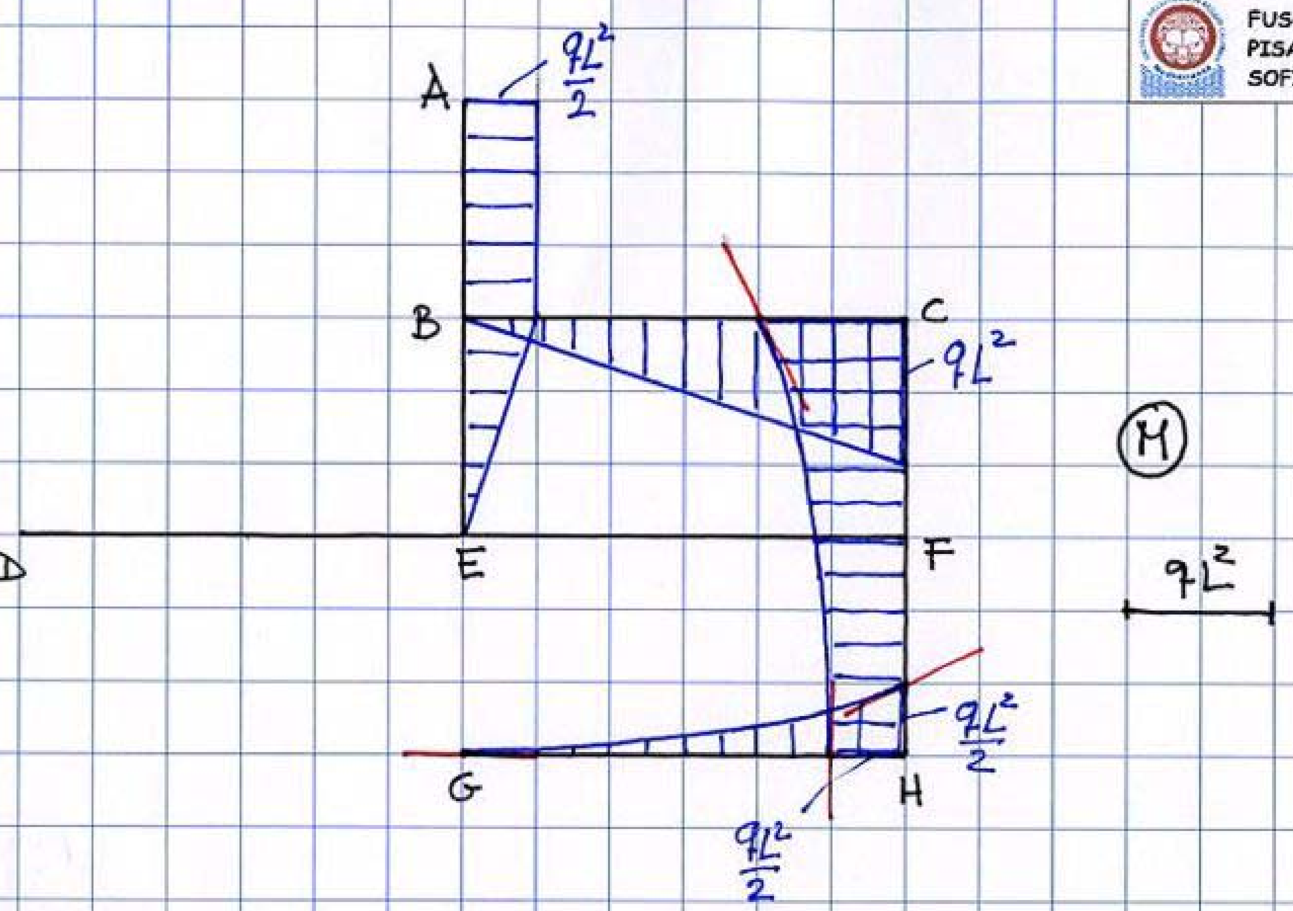
$M(x) = \dfrac{qL^2}{2}$

CS-diagrammi








A
$\frac{qL^2}{2}$
B
C
qL^2
D
E
F
G
H
$\frac{qL^2}{2}$
$\frac{qL^2}{2}$
M
qL^2