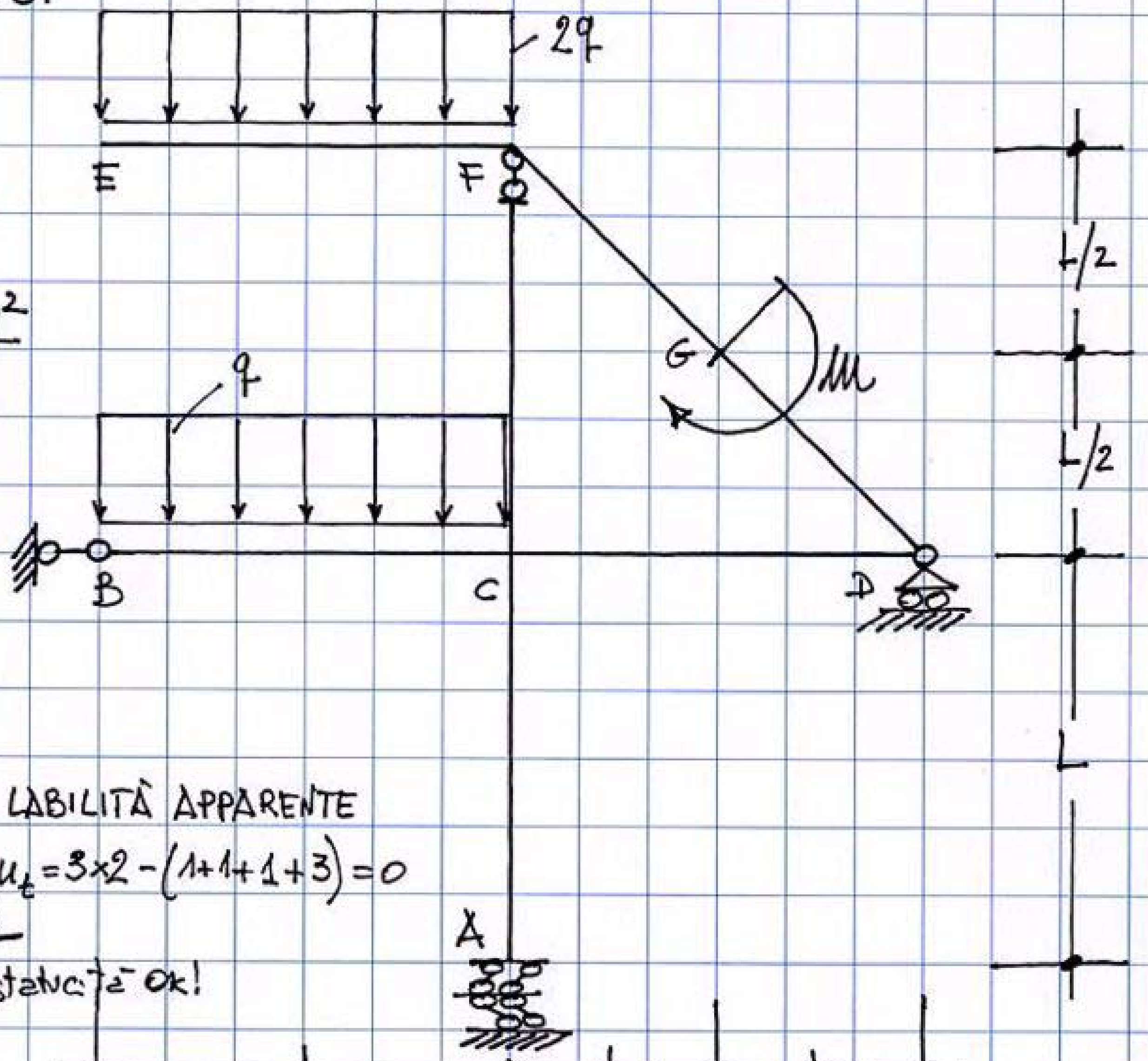
ESERCIZIO #5

DETERMINARE LE REAZIONI VINCOLARI (RV), LE FUNZIONI CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE (CS) E I RELATIVI DIAGRAMMI PER LA STRUTTURA SEGUENTE:

$|\mathcal{M}| = qL^2$

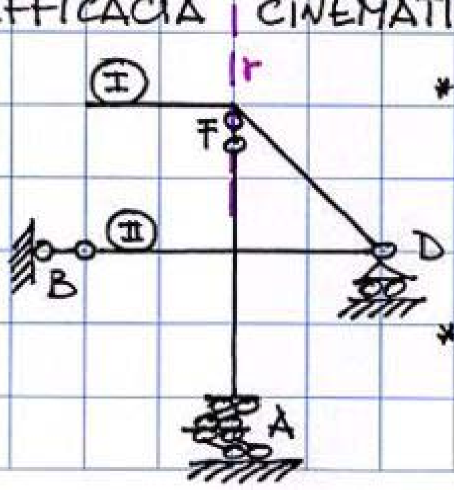


• GRADO DI LABILITÀ APPARENTE

$$l = 3N - \mu_t = 3\times 2 - (1+1+1+3) = 0$$

C.N. per l'isostaticità OK!

• EFFICACIA CINEMATICA VINCOLI



* CON RIFERIMENTO ALLA PORZIONE (II) SI HA:

PENDOLO B + CARRELLO D = CERNIERA IDEALE IN D $\Rightarrow C^{II} \equiv D$
DOPPIO BIPENDOLO A $\Rightarrow C^{II} \in r_\infty$ $\Rightarrow \nexists\, C^{II}$

* PER LA PORZIONE (I) RISULTA QUINDI:

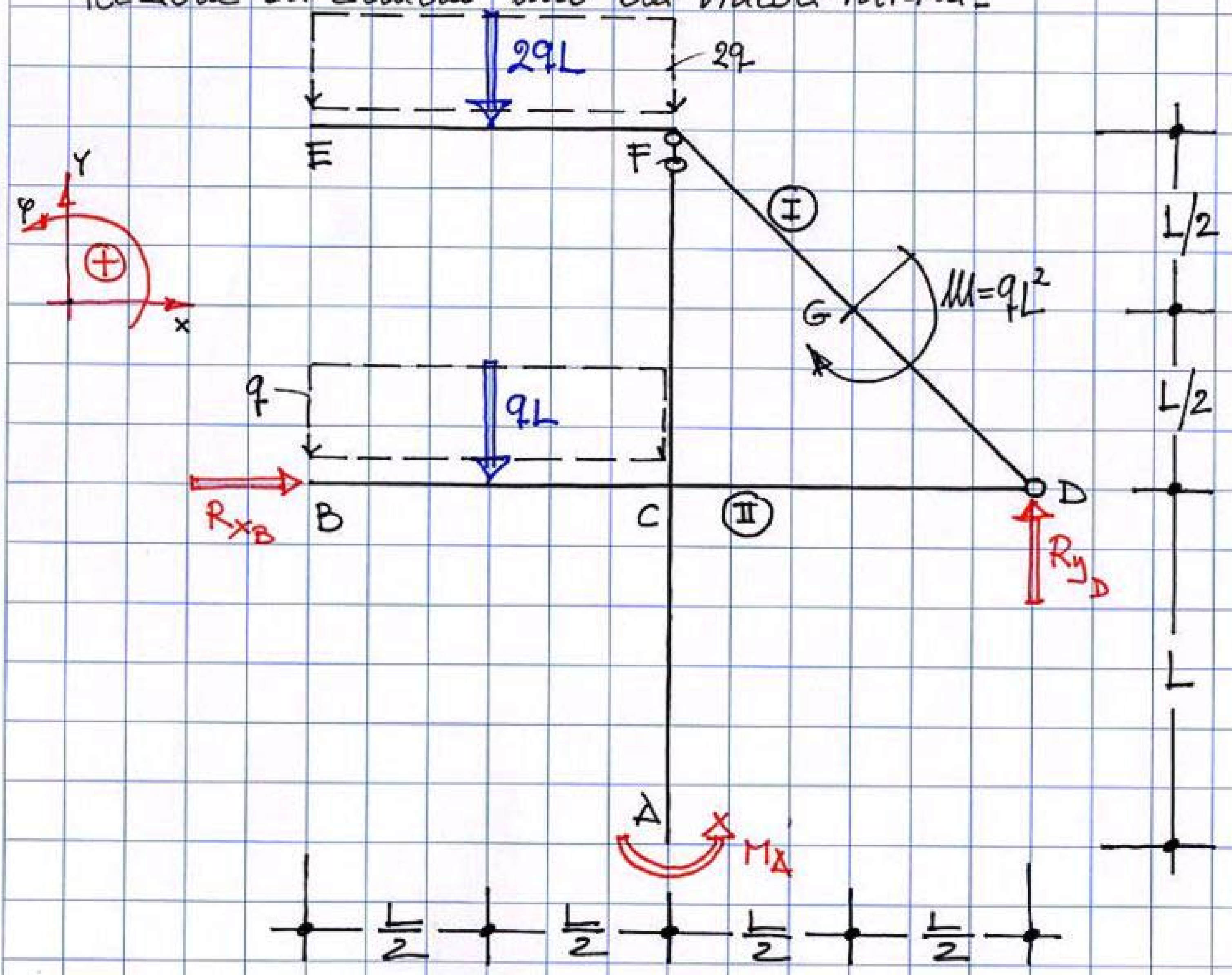
PENDOLO F $\Rightarrow C^{I} \in r$
CERNIERA D $\Rightarrow C^{I} \equiv D$ $\Rightarrow \nexists\, C^{I}$

• DETERMINAZIONE DELLE REAZIONI VINCOLARI (RV)

FUSCHI
PISANO
SOFI

RV- metodo analitico

1. Ai fini della valutazione delle RV i carichi distribuiti possono essere sostituiti con carichi concentrati equivalenti.
2. Si risolve il sistema in termini di reazioni vincolari esterne, a tal fine i vincoli esterni sono sostituiti dalle reazioni che essi sono potenzialmente in grado di esplicare. Queste ultime sono applicate con versi arbitrari.
3. Si ottiene un sistema di 3 equazioni in tre incognite. Il sistema presenta (come gli altri di questa sezione) un campo chiuso, si deve quindi procedere al calcolo della reazione di almeno uno dei vincoli interni.

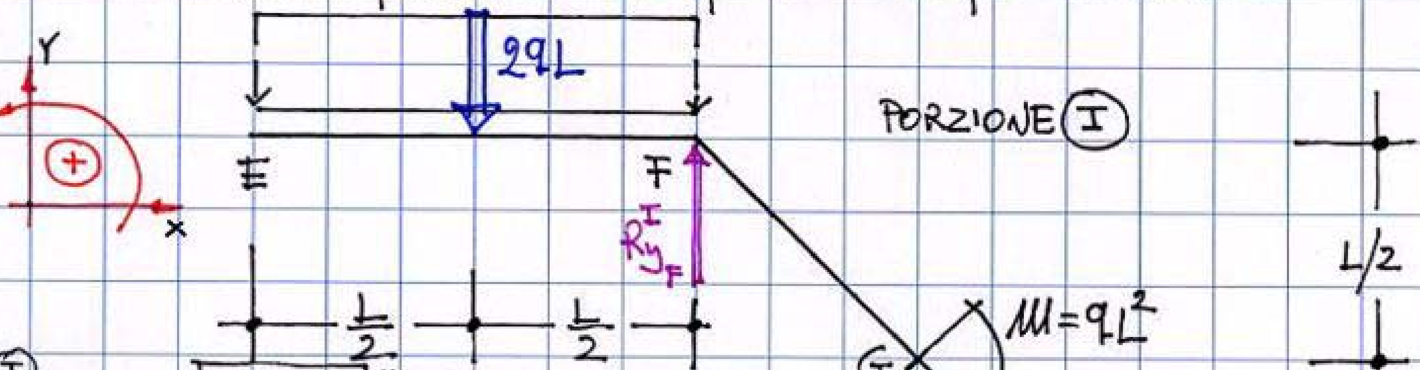


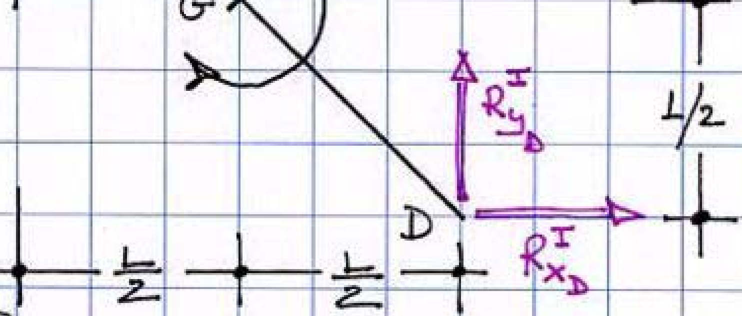
$$\sum F_x = 0 \leadsto \boxed{R_{x_D} = 0} \quad ①$$

$$\sum F_y = 0 \leadsto -2qL - qL + R_{y_D} = 0 \leadsto \boxed{R_{y_D} = 3qL} \quad ②$$

$$\sum M_D = 0 \leadsto M_A + qL \cdot \frac{3}{2}L + 2qL \cdot \frac{3}{2}L - \mathcal{M} = 0 \leadsto \boxed{M_A = -\frac{7}{2}qL^2} \quad ③ \ (*)$$

4. Le componenti di reazione dei vincoli, interno F ed interno/esterno D, possono valutarsi imponendo l'equilibrio della porzione Ⓘ o della Ⓘⓘ, imponendo cioè una condizione di equilibrio parziale. Con riferimento alla porzione Ⓘ può scriversi:





$$\sum F_x^{(I)} = 0 \leadsto \boxed{R^{I}_{x_D} = 0} \quad ④$$

$$\sum F_y^{(I)} = 0 \leadsto -2qL + R^{(I)}_{y_F} + R^{(I)}_{y_D} = 0$$

$$\sum M_D^{(I)} = 0 \leadsto 2qL \cdot \frac{3}{2}L - R^{I}_{y_F} \cdot L - \mathcal{M} = 0$$

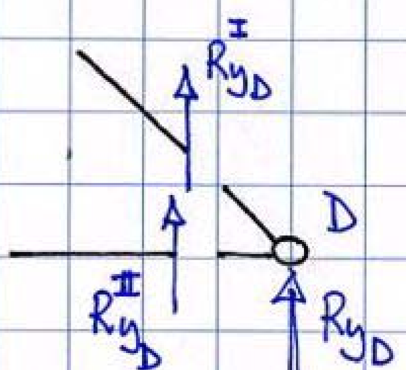
$$\boxed{R^{I}_{y_D} = 0} \quad ⑥ \qquad \boxed{R^{I}_{y_F} = 2qL} \quad ⑤$$

5. La reazione, $R^{II}_{y_F}$, del pendolo F sulla porzione Ⓘⓘ è opposta a quella prima calcolata ($2qL$ verso il basso). Per quanto attiene al vincolo interno-esterno D essendo nota $R_{y_D} = 3qL$ dovendo essere (cfr. schema):

$$R_{y_D} = R^{I}_{y_D} + R^{II}_{y_D}$$

risulta:

$$R^{II}_{y_D} = R_{y_D} - R^{I}_{y_D} = 3qL - 0 = 3qL$$



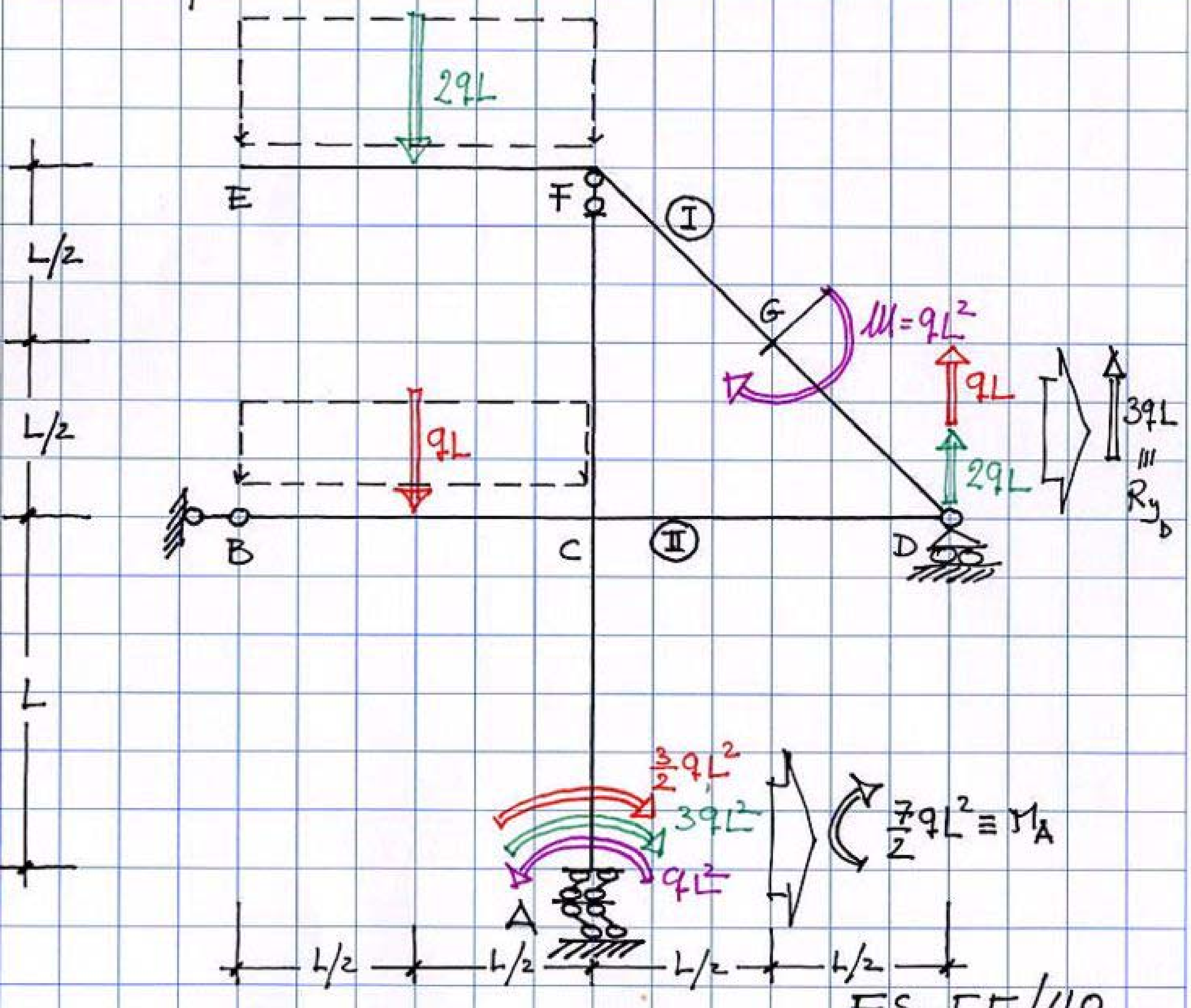
FUSCHI
PISANO
SOFI

N.B.: ① = primo risultato; ② = secondo risultato; ③ = terzo risultato; ...

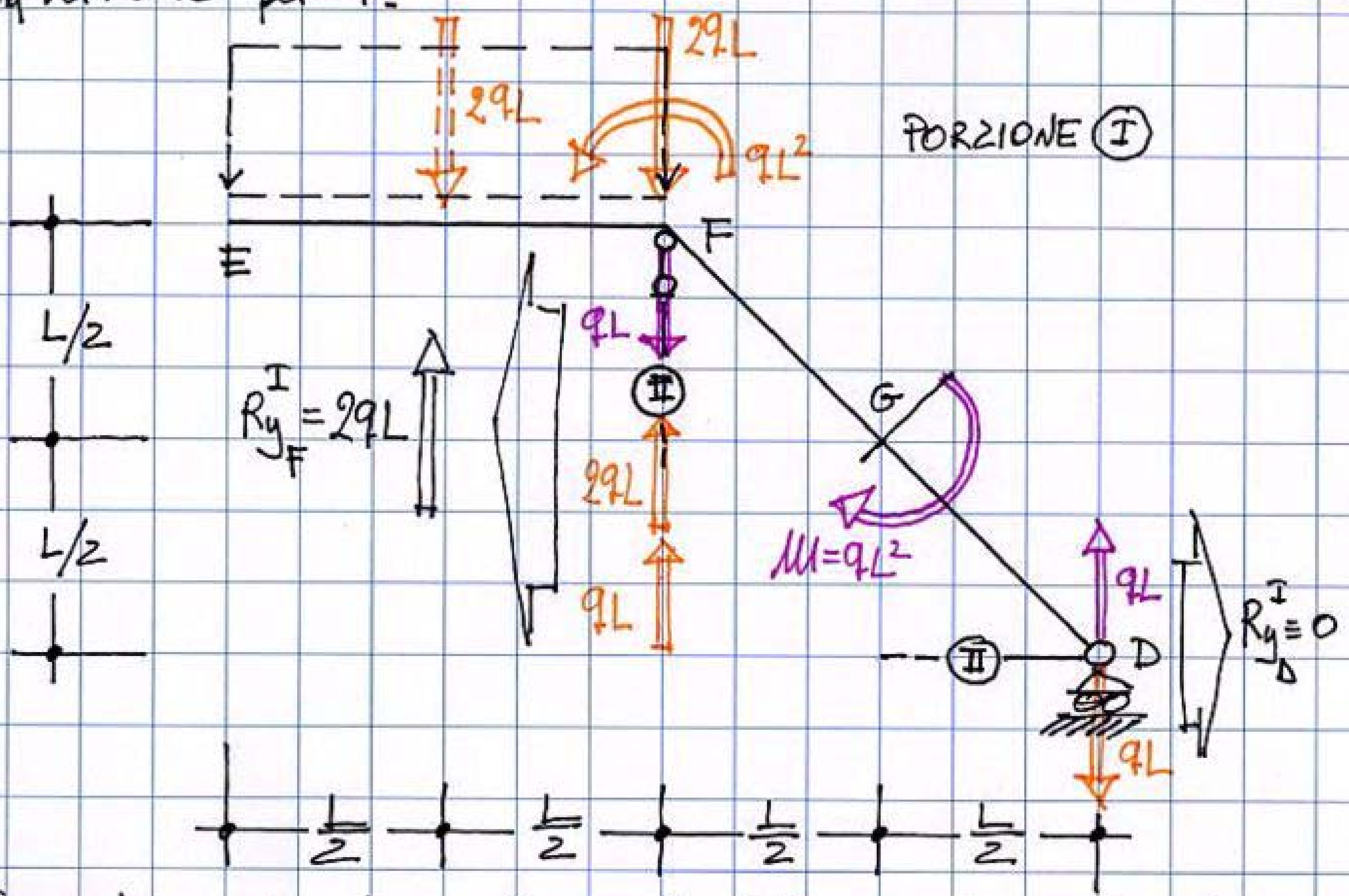
(*) Il segno della reazione calcolata è negativo! il verso effettivo della reazione è opposto a quello ipotizzato.

RV - metodo grafico

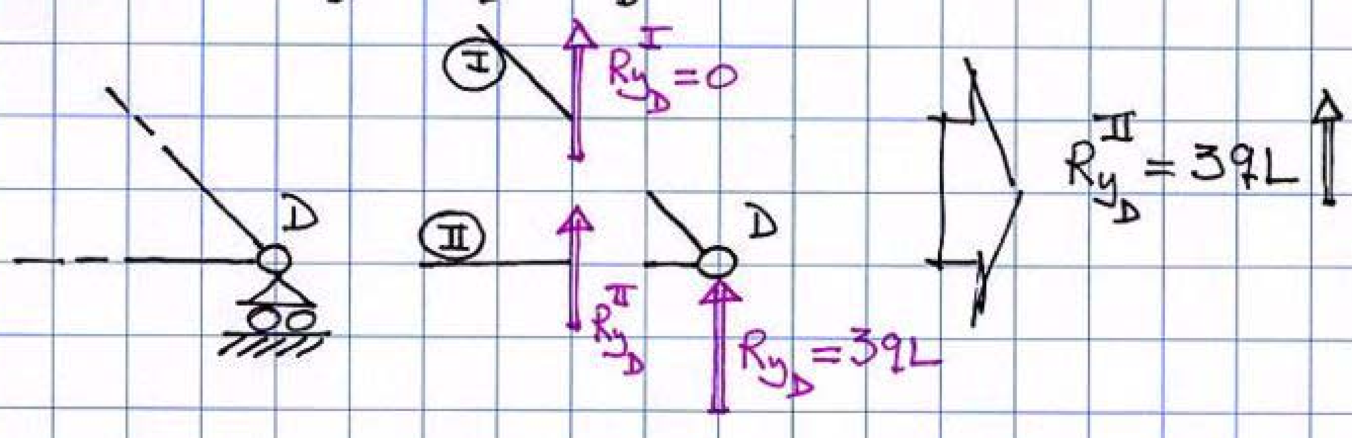
1. Il sistema è "isostatico per vincoli esterni" (cioè $\mu_e = 3$), si impone quindi la condizione di equilibrio globale applicando il principio di sovrapposizione degli effetti. Ogni colore individua una singola condizione di carico e le aliquote di reazioni vincolari ad essa relative.



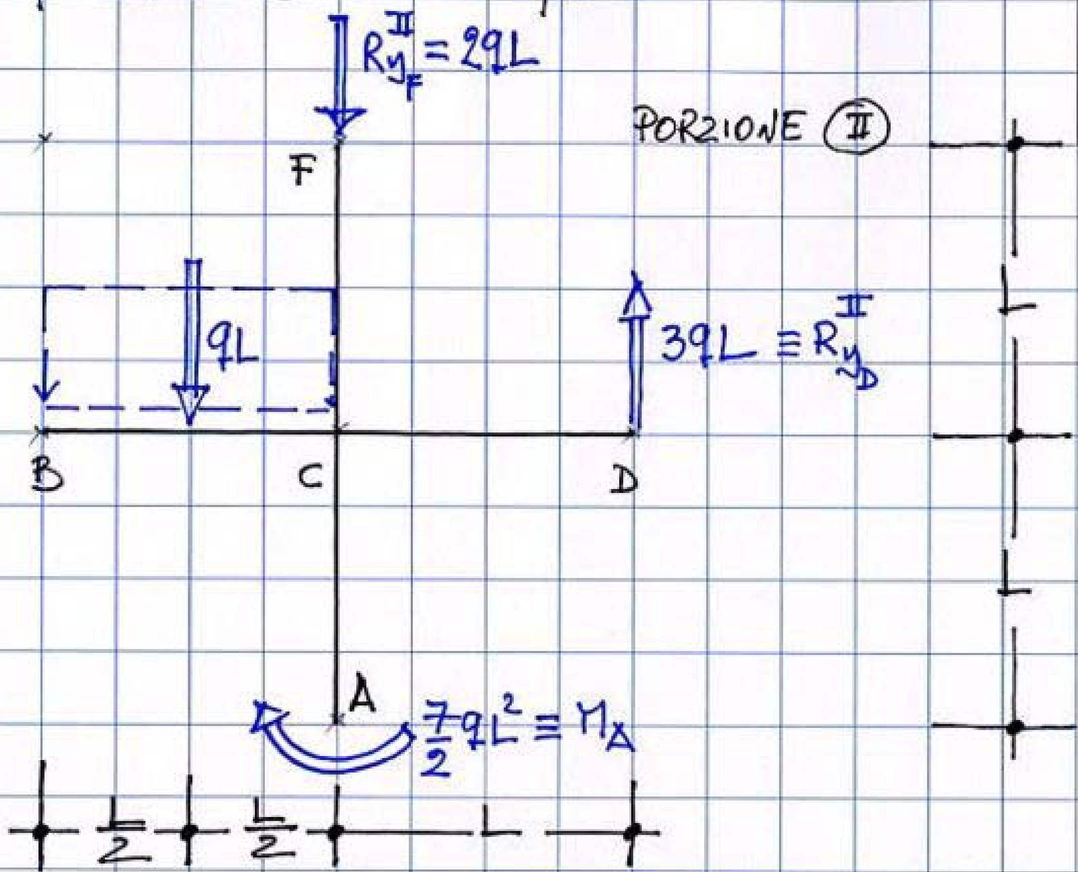
2. Si impone quindi l'equilibrio parziale della porzione (I) determinando le reazioni interne $R_{y_F}^{I}$ ed $R_{y_D}^{I}$. A tal fine è utile traslare il carico concentrato equivalente 2qL sulla verticale per F.



3. Tenendo conto che sul vincolo interno-esterno D deve essere: $R_{y_D} = R_{y_D}^{I} + R_{y_D}^{II}$ si ha:

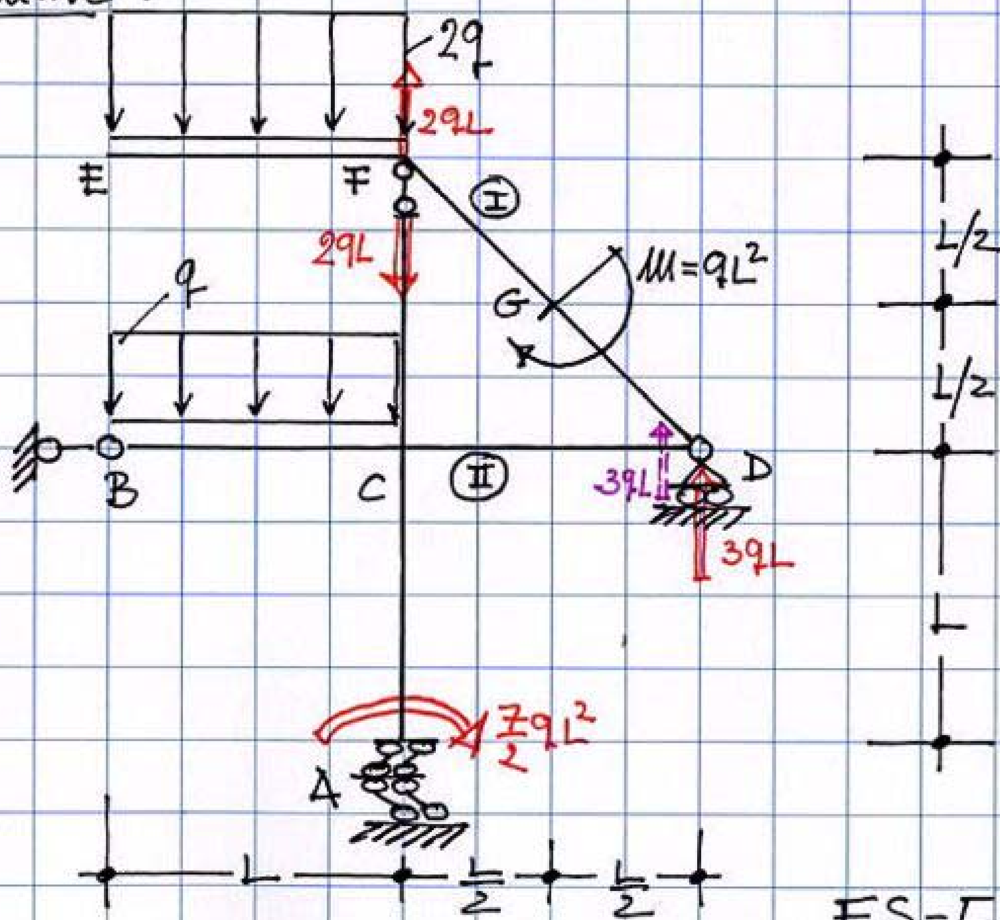


4. Sulla porzione (II) si ha quindi:



È facile verificare che (II) è in equilibrio e che le reazioni vincolari determinate con metodo grafico confermano i risultati ottenuti con metodo analitico.

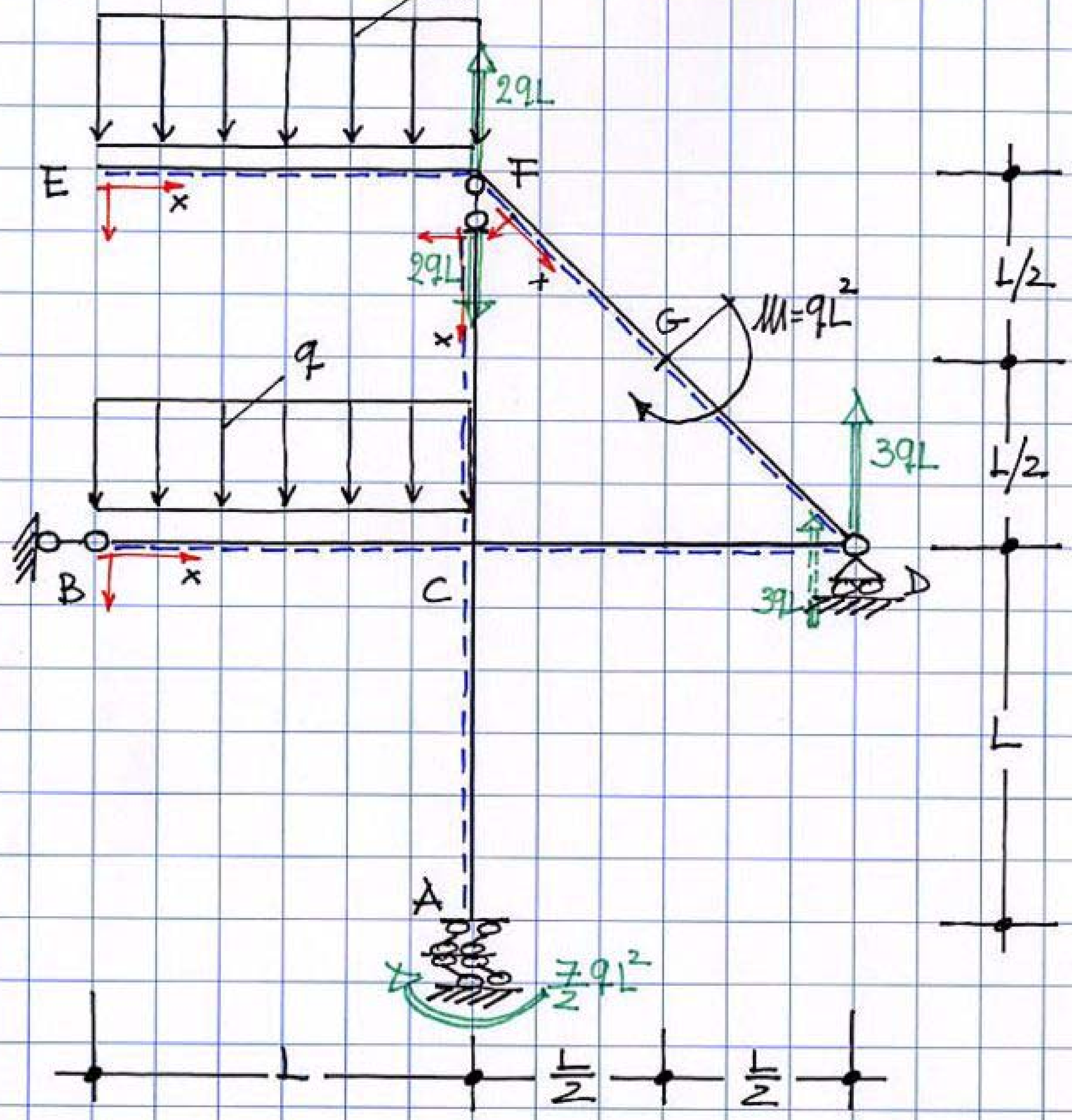
Si ha in definitiva:



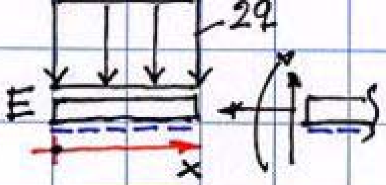
• DETERMINAZIONE DELLE CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE (CS)

FUSCHI
PISANO
SOFI

CS - metodo della sezione ideale per il calcolo di $N(x)$, $T(x)$ ed $M(x)$.



TRATTO EF $0 \le x \le L$



$N(x) = 0; \quad T(x) = -2qx$

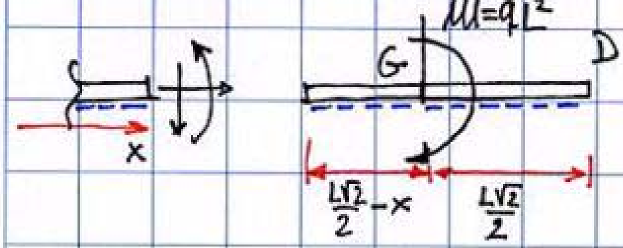
$$\begin{cases} T_E = T(x)\big|_{x=0} = 0 \\ T_F = T(x)\big|_{x=L} = -2qL \end{cases}$$

$$M(x) = -\cancel{2}q\frac{x^2}{\cancel{2}}$$

$$\begin{cases} M_E = M(x)\big|_{x=0} = 0 \\ M_F = M(x)\big|_{x=L} = -qL^2 \end{cases}$$

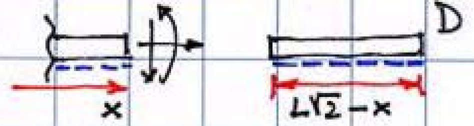
FUSCHI
PISANO
SOFI

TRATTO FG $\quad 0 \le x \le \frac{L\sqrt{2}}{2}$



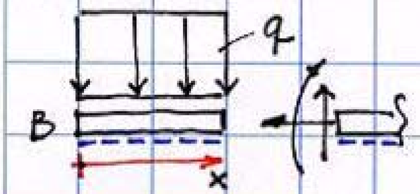
$$N(x) = T(x) = 0;$$
$$M(x) = -qL^2.$$

TRATTO GD $\quad \frac{L\sqrt{2}}{2} \le x \le L\sqrt{2}$



$$N(x) = T(x) = M(x) = 0.$$

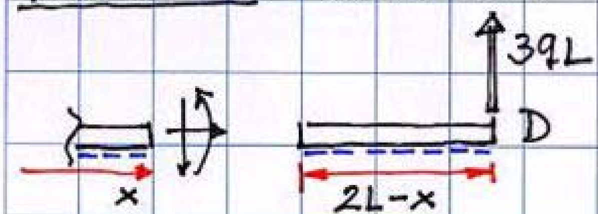
TRATTO BC $\quad 0 \le x \le L$



$$N(x) = 0; \quad T(x) = -qx \quad \begin{cases} T_B = T(x)\big|_{x=0} = 0 \\ T_C = T(x)\big|_{x=L} = -qL \end{cases}$$

$$M(x) = -q\frac{x^2}{2} \quad \begin{cases} M_B = M(x)\big|_{x=0} = 0 \\ M_C = M(x)\big|_{x=L} = -\frac{qL^2}{2} \end{cases}$$

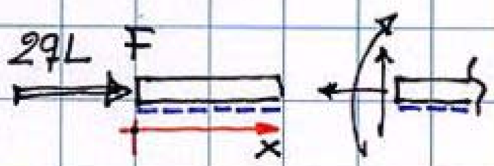
TRATTO CD $\quad L \le x \le 2L$



$$N(x) = 0; \quad T(x) = -3qL$$

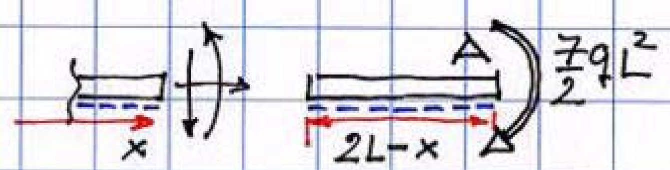
$$M(x) = 3qL(2L - x) \quad \begin{cases} M_C = M(x)\big|_{x=L} = 3qL^2 \\ M_D = M(x)\big|_{x=2L} = 0 \end{cases}$$

TRATTO FC $\quad 0 \le x \le L$



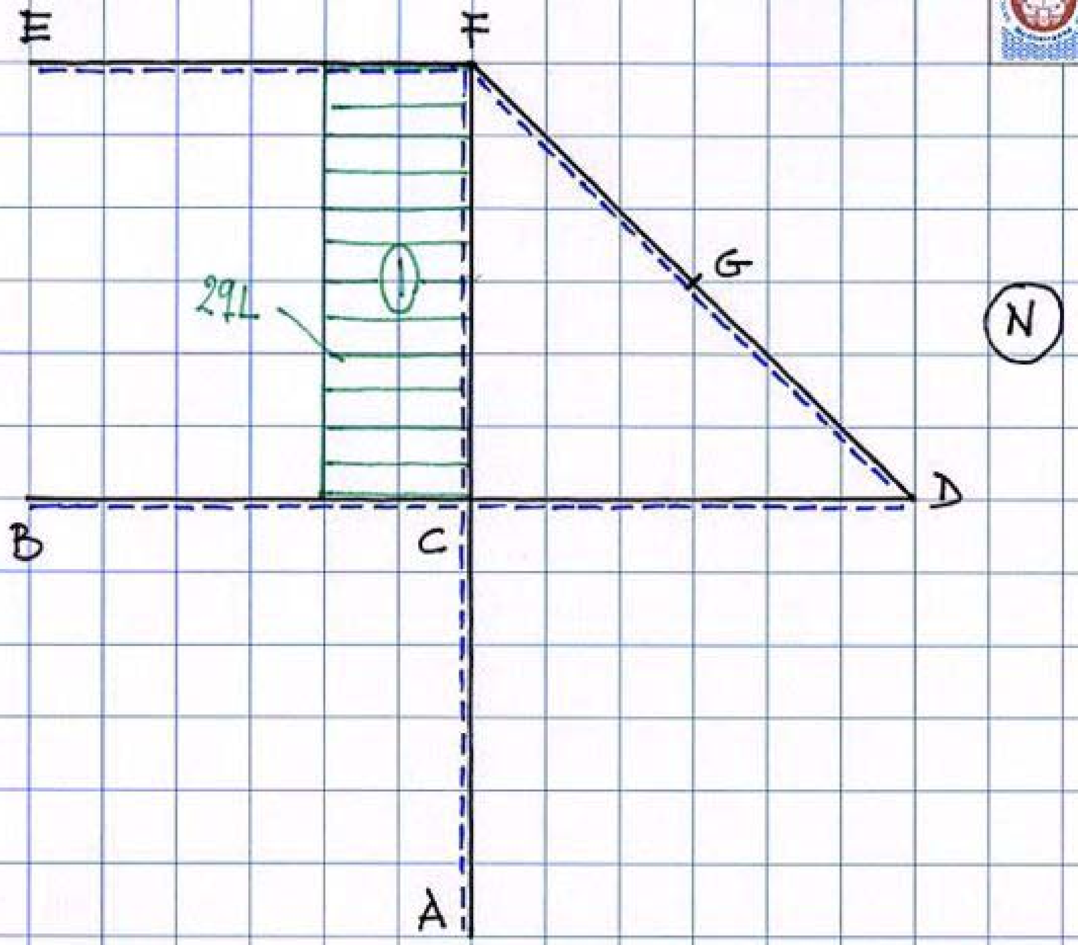
$$N(x) = -2qL;$$
$$T(x) = M(x) = 0.$$

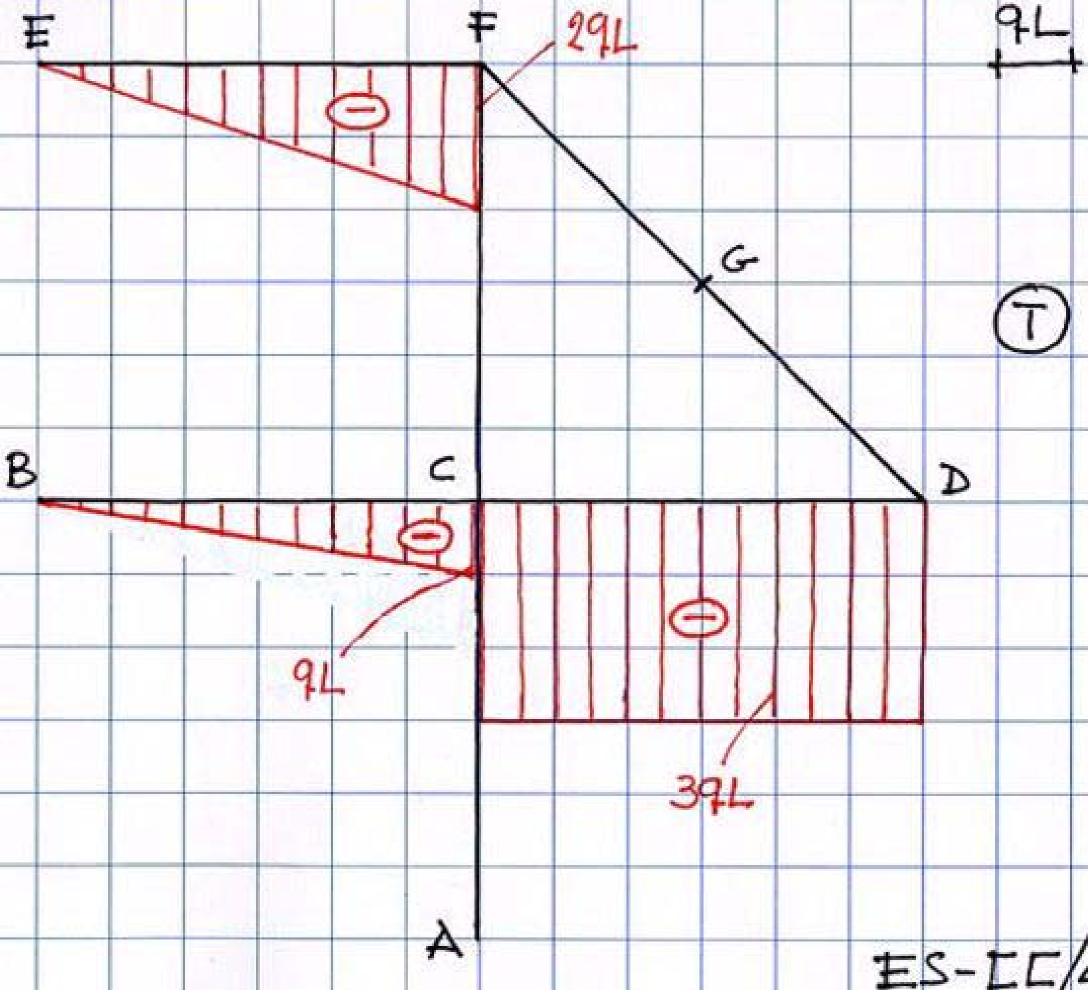
TRATTO CA $\quad L \le x \le 2L$



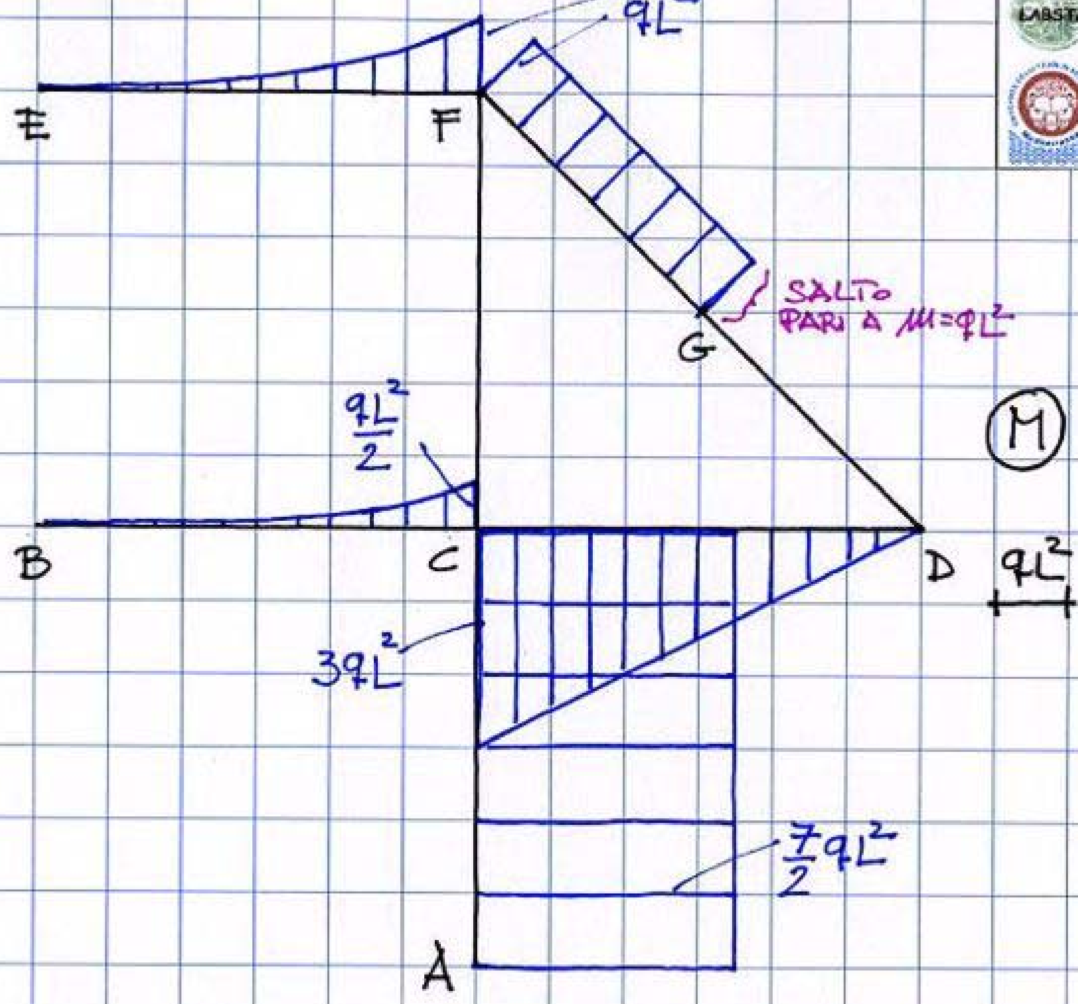
$$N(x) = 0; \quad T(x) = 0;$$
$$M(x) = -\frac{7}{2}qL^2$$

CS- diagrammi



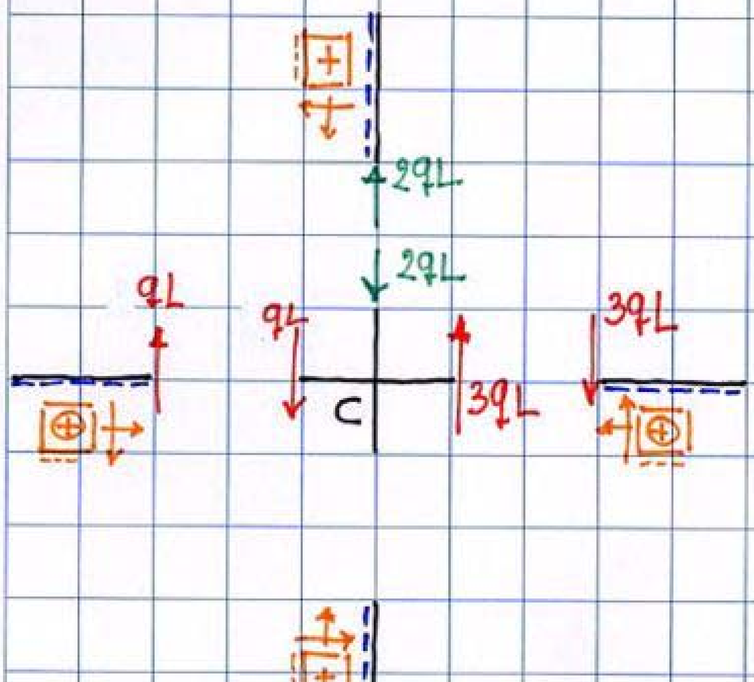


SCBAA LABSTA
campus
FUSCHI
PISANO
SOFI



• VERIFICHE AL NODO C

- alla traslazione (cfr. N & T)



- alla rotazione (cfr. M)